

Exercices sur les limites de suite

Exercice 3 : Déterminer les limites des suites suivantes :

(1) $u_n = 3n^2 + 2n + 5$ (2) $u_n = \sqrt{n}(n^2 - 1)$

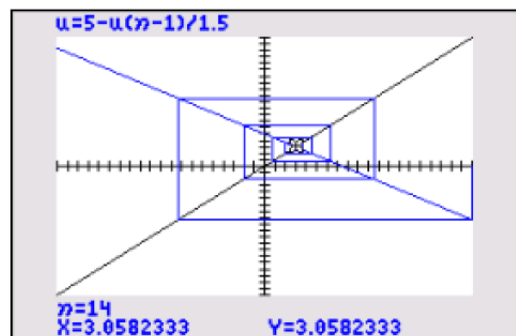
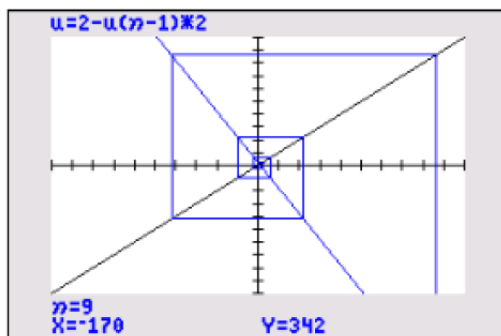
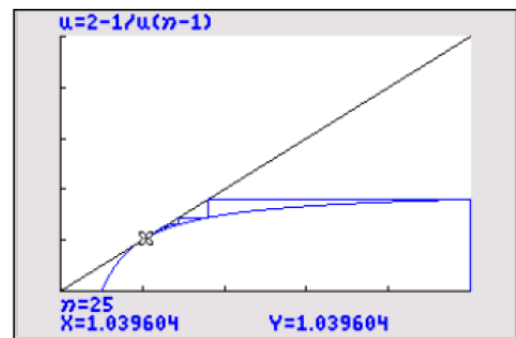
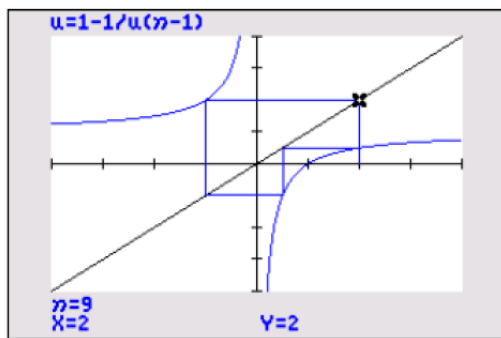
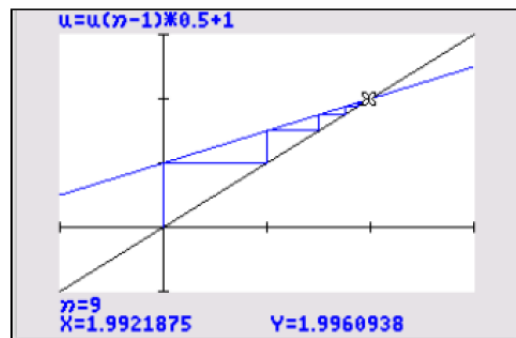
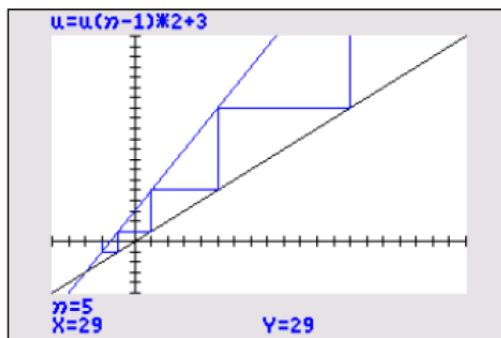
(3) $u_n = 5 + 2n + 3^n$ (4) $u_n = 1 - 6^n$ (5) $u_n = (2n - 1)(2 - n)$

Exercice 4 : Dans chacun des cas suivants, indiquer la limite de la suite :

(1) $u_n = 6n^2 - n - 1$ (2) $u_n = 3n + 5 - 2\sqrt{n}$ (3) $u_n = 3^n - 2^n$

(4) $u_n = 3^n - n \leftarrow$ indication utiliser l'inégalité de Bernoulli

Exercice 5 : Conjecturer à partir du graphique le comportement (variation et limite) des suites suivantes :



Exercice 6 : Déterminer les limites des suites suivantes :

$$\begin{array}{llll} (1) \ u_n = \frac{3}{n^2} & (2) \ u_n = 5 - \frac{2}{n} & (3) \ u_n = 5 - \left(\frac{1}{2}\right)^n & (4) \ u_n = 1 - \left(\frac{5}{2}\right)^n \\ (5) \ u_n = 3n^2 + 2n + 5 - \frac{6}{n} & (6) \ u_n = \frac{1}{n} - 2 & (7) \ u_n = 1 - \frac{2}{\sqrt{n}} + \frac{3}{n^3} & (8) \ u_n = \frac{2^{-n} - 2}{1 - 0.1^n} \end{array}$$

Exercice 7 : Déterminer les limites des suites suivantes :

$$\begin{array}{lll} (1) \ u_n = \frac{1-2n}{1+n} & (2) \ u_n = \frac{1-2n^2}{1+n} & (3) \ u_n = \frac{1-2n}{1+n^3} \\ (4) \ u_n = \frac{0.1^n}{1-n^2} & (5) \ u_n = \frac{1+n^2}{1-\left(1-\frac{1}{n}\right)^2} & (6) \ u_n = (n+2) \times \frac{3}{n^2} \end{array}$$

Exercice 8 : On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = -\frac{3}{2}$ et $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n - 1$.

- 1) On pose $\forall n \in \mathbb{N}, v_n = 2u_n + 6$
 - a) Montrer que la suite (v_n) est géométrique.
 - b) Exprimer alors (v_n) en fonction de n .
 - c) En déduire l'expression de (u_n) en fonction de n .
 - d) Déterminer la limite de (u_n)
- 2) On définit alors la suite (S_n) par $\forall n \in \mathbb{N}, S_n = \sum_{k=0}^n u_k = u_0 + u_1 + \dots + u_n$
 - a) Exprimer S_n en fonction de n .
 - b) En déduire la limite de la suite (S_n) .

Exercice 9 :

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 2$ et $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \frac{2u_n}{2+3u_n}$.

- 1) Calculer u_1 et u_2 .
- 2) La suite est-elle arithmétique ? géométrique ?
- 3) On considère la suite (v_n) définie par $\forall n \in \mathbb{N}, v_n = \frac{2}{u_n}$.
 - a) Calculer v_0, v_1 et v_2 .
 - b) Montrer que la suite (v_n) est arithmétique. Préciser sa raison et son premier terme.
 - c) Exprimer v_n puis u_n en fonction de n .
 - d) Calculer la limite de (u_n) .

Exercice 10

Étudier dans chaque cas la convergence de la suite (u_n) .

$$1) \quad u_n = \frac{3 \sin(n)}{n^2}$$

$$2) \quad u_n = \frac{3 + (-1)^n}{n^2 + \sqrt{n}}$$

$$3) \quad u_n = 3(-1)^n + n$$

$$4) \quad u_n = \frac{2 \cos(n)}{n} + \frac{\sin(n)}{2n}$$

$$5) \quad u_n = \frac{5n + (-1)^{n+1}}{2n + (-1)^n}$$

$$6) \quad u_n = -3n^3 + 3 \cos\left(\frac{1}{n}\right)$$

Exercice 10 : BAC Amérique du nord 2013

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 1$ et $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \sqrt{2u_n}$

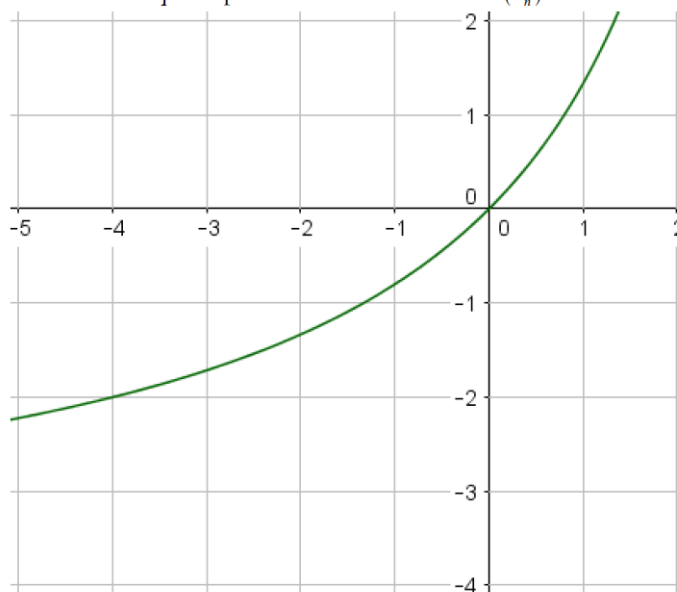
- 1) On considère l'algorithme ci-dessous :
 - a) Donner une valeur approchée à 10^{-4} près du résultat affiché lorsque $n = 3$.
 - b) Que fait cet algorithme ?
- 2)
 - a) Démontrer que $\forall n \in \mathbb{N}, 0 \leq u_n \leq 2$.
 - b) Démontrer que la suite est monotone.
 - c) Démontrer que la suite est convergente.
 - d) Déterminer la limite de la suite.

<u>Variables</u>	n et i deux entiers naturels u un nombre réel
<u>Initialisation</u>	Récupérer la valeur de n $u = 1$
<u>Traitement</u>	Pour i allant de 1 à n u prend la valeur $\sqrt{2u}$
<u>Sortie</u>	Afficher u

Exercice 11

On considère la suite (u_n) définie par : $u_0 = -4$ et $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \frac{4u_n}{4 - u_n}$.

- 1) On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{4x}{4 - x}$.
 - a) Montrer que f est croissante sur $\mathbb{R}^+$.
 - b) On a représenté la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé.
Construire les quatre premiers termes de la suite (u_n) sur l'axe des abscisses.



- c) Quelles conjectures peut-on faire quand au comportement de la suite (variation et convergence) ?
 - d) Montrer par récurrence que la suite est monotone et positive.
Que peut-on alors en déduire ?
- 2) On admet que tous les termes de la suite (u_n) sont non nuls. On note (v_n) la suite définie par : $v_n = 3 + \frac{2}{u_n}$.
 - a) Montrer que la suite (v_n) est arithmétique. Donner sa raison et son premier terme.
 - b) Exprimer alors u_n en fonction de n .
 - c) Calculer la limite de la suite (u_n) .