

FICHE D'EXERCICES : CHAPITRE 9, VECTEURS, PARTIE 2.**Exercice 1 :**

On considère le plan muni d'un repère orthonormé $(O; I, J)$. On considère les quatre points suivants dont les coordonnées sont données : $A(3; 2)$, $B(-1; 4)$, $C(-4; 0)$ et $D(0; -2)$.

1. Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$.
2. Que peut-on dire des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$?
3. Quelle est la nature du quadrilatère $ABCD$?

Exercice 2 :

Dans un repère orthonormé $(O; I, J)$, on considère les quatre points suivants caractérisés par leurs coordonnées : $A(\frac{5}{3}; \frac{7}{4})$; $B(\frac{11}{3}; -\frac{5}{4})$; $C(\frac{16}{7}; \frac{12}{5})$; $D(\frac{2}{7}; \frac{27}{5})$.

Justifier que le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme.

Exercice 3 :

Dans un repère orthonormé $(O; I, J)$, on considère les trois points suivants caractérisés par leurs coordonnées : $A(1; 2)$; $B(-1; 4)$; $C(-2; 1)$.

On considère un point K tel que $ACBK$ soit un parallélogramme.

1. Donner une relation vectorielle caractérisant le point K .
2. Déterminer les coordonnées du point K .

Exercice 4 :

Dans un repère orthonormé $(O; I, J)$, on considère les trois points suivants caractérisés par leurs coordonnées : $A(-2; 3)$; $B(3; 1)$; $C(-1; 2)$.

Déterminer les coordonnées du point D tels que le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme.

Exercice 5 :

Dans un repère orthonormé $(O; I, J)$, on considère les trois points suivants caractérisés par leurs coordonnées : $A(-1; 0)$; $B(-2; -3)$; $C(4; 1)$.

1. Soit D le point tel que $\overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{BC}$. Déterminer les coordonnées du point D .
2. Soit E le point tel que $\overrightarrow{BE} = -4\overrightarrow{AC}$. Déterminer les coordonnées du point E .

Exercice 6 :

1. Dans une base orthonormée, on donne $\vec{u} \begin{pmatrix} -12 \\ 5 \end{pmatrix}$. Calculer la norme de $\vec{u}$.
2. Dans une base orthonormée, on donne $\vec{v} \begin{pmatrix} \frac{1}{4} \\ \frac{3}{4} \end{pmatrix}$. Calculer la norme de $\vec{v}$.

Exercice 7 :

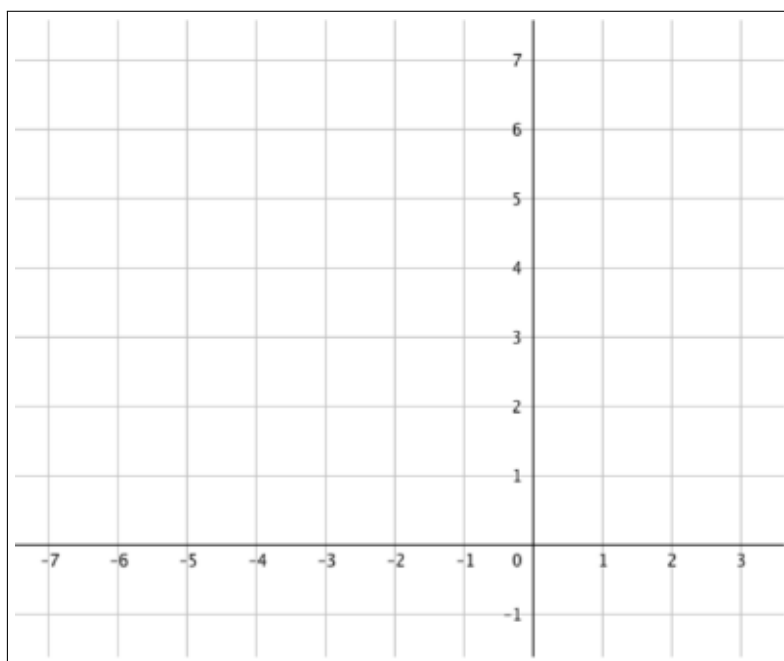
Dans un repère orthonormé, on donne les points $A(-3; 2)$, $B(5; -1)$ et $C(3; 1)$.

1. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{CB}$.
2. Calculer les coordonnées du vecteur somme $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.
3. Calculer la norme du vecteur $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$, notée $||\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}||$.

Exercice 8 :

Dans une base orthonormée, on donne $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$.

1. Calculer les coordonnées du vecteur $\vec{w} = -\vec{u} + 2\vec{v}$.
2. Calculer les normes des vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$ et $\vec{t}$.
3. Placer les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$ et $\vec{t}$, dans le repère orthonormé ci-dessous.



Exercice 9 :

On se place dans un repère orthonormé et on considère les trois points $A(2; -3)$, $B(4; -2)$ et $C(8; 0)$.

1. Calculer le déterminant des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
2. Que peut-on en déduire pour ces deux vecteurs ?
3. Écrire une égalité avec ces deux vecteurs.

Exercice 10 :

Dans un repère orthonormé, on donne les coordonnées des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.
Préciser, dans chaque cas, si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

- | | |
|--|--|
| 1. $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 5 \\ 7, 5 \end{pmatrix}$ | 3. $\vec{u} \begin{pmatrix} \frac{7}{4} \\ \frac{3}{5} \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 4 \\ \frac{15}{7} \end{pmatrix}$ |
| 2. $\vec{u} \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}$ | 4. $\vec{u} \begin{pmatrix} 2\sqrt{2} \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} -4 \\ \sqrt{2} \end{pmatrix}$ |

Exercice 11 :

Dans un repère orthonormé, on considère les points $A(-2; 1)$, $B(0; -1)$ et $C(4; -5)$.

1. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
2. Que peut-on en déduire ?

Exercice 12 :

Dans un repère orthonormé, on donne les points $E(0; -6)$, $F(20; 2)$ et $G(30; 6)$.

Démontrer que les points E , F et G sont alignés.

Exercice 13 :

Dans un repère orthonormé, on considère les points $M(2; 1)$, $N(4; 5)$ et $P(6; 9)$.

1. Déterminer que les vecteurs $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{NP}$ sont égaux.
2. Que peut-on en déduire ?

Exercice 14 :

Dans un repère orthonormé, on considère les points $A(-1; 4)$, $B(3; 2)$, $(1; -1)$ et $D(-3; 1)$.

1. Calculer les coordonnées du milieu de $[AC]$ et celles du milieu de $[BD]$.
2. Que peut-on en déduire quant au quadrilatère $ABCD$? Aurait-on pu le démontrer autrement ?

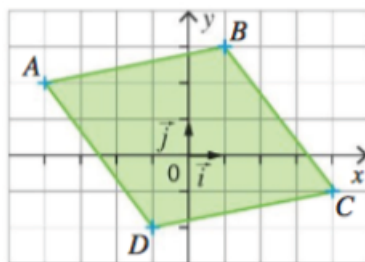
Exercice 15 :

Dans un repère orthonormé, on considère les points $A(1; 1)$, $B(3; -1)$ et $C(4; -5)$.

1. Le point E a pour abscisse 2 et il appartient à la droite (AC) . Quelle est l'ordonnée du point E ?
2. Le point F d'ordonnée -1 appartient à la parallèle à (AC) passant par B .
Quelle est l'abscisse de F ?

Exercice 16 :

Dans un repère orthonormé, on considère les points $A(-4; 2)$, $B(1; 3)$, $C(4; -1)$ et $D(-1; -2)$.



1. Montrer que les segments $[AC]$ et $[BD]$ ont le même milieu.
2. Que peut-on en déduire pour le quadrilatère $ABCD$?
3. Calculer l'aire de ce quadrilatère.
4. En déduire l'aire du triangle ABC .

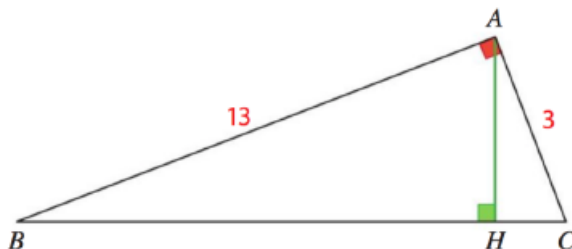
Exercice 17 :

Dans un repère orthonormé, on considère les points : $A(2; 2)$, $B(1; 4)$ et $D(8; 4)$.

1. Démontrer que le point B appartient au cercle de diamètre $[AD]$.
2. Déterminer les coordonnées du point E diamétralement opposé à B sur ce cercle.
3. F est le symétrique de E par rapport à D . Déterminer les coordonnées du point F .

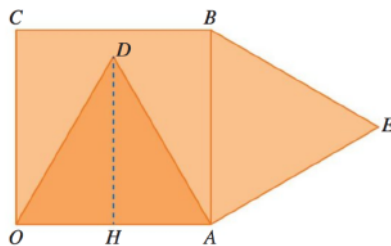
Exercice 18 :

En calculant l'aire du triangle ABC ci-dessous de deux façons différentes, déterminer la distance AH .



Exercice 19 :

$OABC$ est un carré de côté 1, les triangles OAD et ABE sont équilatéraux.



On se place dans le repère orthonormé $(O; \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OC})$.

- 1) Calculer la hauteur DH du triangle OAD .
- 2) Déterminer les coordonnées des points A , B , C , D et E .

Démontrer que les points C , D et E sont alignés.

POUR ALLER PLUS LOIN :

Exercice 20 :

ABC est un triangle rectangle isocèle en A tel que $AB = 1$. Le point E est le milieu de $[CB]$.

D est le point défini par $\overrightarrow{AD} = -2\overrightarrow{AC}$

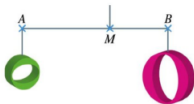
F est le point défini par $\overrightarrow{AF} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$.

Montrer que les points D , E et F sont alignés.

(On pourra chercher à déterminer les coordonnées de ces points dans un repère orthonormé judicieusement choisi).

Exercice 21 :

On construit un mobile en suspendant deux masses $m_A = 20g$ et $m_B = 30g$ aux extrémités d'une tige $[AB]$.



Le mobile est suspendu par une ficelle fixée en M . La masse de la tige est négligeable.

Les lois de la physique indiquent que le mobile est en équilibre lorsque $20\overrightarrow{MA} + 30\overrightarrow{MB} = \vec{0}$.
On cherche à déterminer la position du point M sur la tige $[AB]$.

- 1) En utilisant l'égalité $\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB}$, démontrer que $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AB}$.
- 2) Comment interpréter cette relation dans le contexte de l'exercice ?

Exercice 22 :

A , B et C sont trois points non alignés.

- 1) a. Placer le point P tel que : $\overrightarrow{AP} = -\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$.
b. Placer le point Q tel que : $\overrightarrow{AQ} = \frac{3}{2}(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB})$.
c. Que peut-on conjecturer pour les points P , A et Q ?
- 2) a. En utilisant l'égalité $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}$, exprimer $\overrightarrow{AQ}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
b. Démontrer ou invalider la conjecture faite à la question 1) c.

Exercice 23 :

ABC est un triangle et on définit les points R , S et T par les relations $\overrightarrow{AR} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AS} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BT} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$.

- 1) En remarquant que $\overrightarrow{RS}$ peut s'écrire $\overrightarrow{RA} + \overrightarrow{AS}$, exprimer $\overrightarrow{RS}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et de $\overrightarrow{AC}$.
- 2) a. En remarquant que $\overrightarrow{ST}$ peut s'écrire $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BT}$, exprimer $\overrightarrow{ST}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et de $\overrightarrow{BC}$.
b. En remarquant que $\overrightarrow{BC}$ peut s'écrire $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}$, montrer que $\overrightarrow{ST} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.
- 3) En déduire une relation entre les vecteurs $\overrightarrow{ST}$ et $\overrightarrow{RS}$.