

Modèles de rédaction sur les Suites

Exercice 1 (calcul des termes d'une suite)

1) Calculer les cinq premiers termes de chacune des suites suivantes :

a) $u_n = \frac{n+1}{2n+1}$

b) $u_n = \frac{1}{n-4}$

c) $u_n = (-1)^n$

d) $u_n = \frac{2^n}{n^2}$

e) $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = 2u_n + 1 \end{cases}$

f) $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{1}{u_n} \end{cases}$

g) $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = (n+1)u_n \end{cases}$

2) Soit (u_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = \frac{n+1}{2n+1}$. Exprimer u_{n+1} et u_{2n} en fonction de n .

Exercice 2 (définition suite arithmétique)

Parmi les suites suivantes, définies sur $\mathbb{N}$, déterminer celles qui sont arithmétiques et préciser dans ce cas le terme u_0 et la raison r .

a) $u_n = -\frac{n+4}{3}$

b) $u_n = n + \frac{1}{n+1}$

c) $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = 4 + u_n \end{cases}$

d) $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n \end{cases}$

Exercice 3 (terme général suite arithmétique)

Dans chacun des cas suivants, exprimer u_n en fonction de n sachant que (u_n) est une suite arithmétique de raison r définie sur $\mathbb{N}$.

a) $u_0 = 3$ et $r = 2$

b) $u_2 = -3$ et $r = -\frac{3}{4}$

c) $u_0 = -\frac{1}{2}$ et $u_3 = 4$

Exercice 4 (définition suite géométrique)

Parmi les suites suivantes définies sur $\mathbb{N}$, déterminer celles qui sont géométriques et préciser dans ce cas le terme u_0 et la raison q .

a) $u_n = 5^{2n}$

b) $u_n = \frac{1}{4}n + 1$

c) $\begin{cases} u_0 = -2 \\ u_{n+1} = u_n^2 \end{cases}$

d) $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = -\frac{1}{2}u_n \end{cases}$

Exercice 5 (terme général suite géométrique).

Dans chacun des cas suivants, exprimer u_n en fonction de n sachant que (u_n) est une suite géométrique de raison q définie sur $\mathbb{N}$.

a) $u_0 = 3$ et $q = 2$

b) $u_2 = -3$ et $q = -\frac{3}{4}$

c) $u_0 = -4$ et $u_3 = -32$

Exercice 6 (somme de termes d'une suite géométrique).

On considère la suite géométrique (u_n) de premier terme $u_0 = 1$ et de raison 3. Calculer la somme des 8 premiers termes de la suite (u_n) .

Exercice 7 (problème avec suite arithmétique).

Un artisan fabrique des santons de Noël. Il décide de reprendre la fabrication dès le mois de janvier en fabriquant 200 santons et en augmentant tous les mois sa production de 40 santons. On note p_n le nombre de santons fabriqués le $n^{\text{ème}}$ mois ($n \in \mathbb{N}^*$). On a donc $p_1 = 200$.

- 1) Calculer p_2 et p_3 .
- 2) Déterminer la relation entre p_{n+1} et p_n pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.
- 3) Exprimer p_n en fonction de n pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.
- 4) Combien de santons l'artisan a-t-il fabriqués en décembre ?
- 5) Pourra-t-il fin décembre honorer une commande de 5 000 santons ?

Exercice 8 (problème avec suite géométrique).

Une entreprise a acheté en 2015 une machine d'une valeur de 50 000 euros. Chaque année, la machine perd 15 % de sa valeur. On note u_n la valeur de la machine l'année $2015 + n$ ($n \in \mathbb{N}$). On a donc $u_0 = 50\,000$.

- 1) Calculer u_1 et u_2 .
- 2) Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Justifier.
- 3) Exprimer u_n en fonction de n pour tout $n \in \mathbb{N}$.
- 4) Quelle est la valeur de la machine en 2022 ?
- 5) Déterminer en quelle année la valeur de la machine sera inférieure à 5 000 euros.

Exercice 9 (problème se ramenant à une suite géométrique).

Une banque propose pour un placement de 1 000 euros fait le 1^{er} janvier 2017, un taux d'intérêt annuel de 4 % auquel s'ajoute une prime constante de 50 euros versée à la fin de chaque année. On note C_n le capital obtenu le 1^{er} janvier de l'année $2017 + n$ ($n \in \mathbb{N}$).

- 1) Préciser C_0 puis calculer C_1 et C_2 .
- 2) La suite (C_n) est-elle arithmétique ? géométrique ?
- 3) Établir une relation entre C_{n+1} et C_n pour tout $n \in \mathbb{N}$.
- 4) On pose, pour tout entier naturel n : $U_n = C_n + 1250$.
 - a) Calculer U_0 puis U_1 .
 - b) Montrer que la suite (U_n) est géométrique. Préciser sa raison.
 - c) Exprimer U_n puis C_n en fonction de n pour tout $n \in \mathbb{N}$.
 - d) Calculer le capital obtenu en 2027.