

DEVOIR SURVEILLÉ NUMÉRO 3 - Sujet B**Exercice 1 : / 7 points**

Une société de service informatique emploie 1500 salariés.

1) Parmi ces salariés, 345 sont des techniciens.

a. Quelle est la proportion de techniciens ?

La proportion de techniciens est : $\frac{345}{1500} = 0,23$.

b. En déduire le pourcentage de techniciens dans cette entreprise.

Donc 23 % des salariés sont des techniciens.

2) Parmi les salariés de la société, 50 % sont des ingénieurs. Et parmi les ingénieurs, 30 % sont des managers.

a. En déduire le pourcentage d'ingénieurs managers dans la société.

$$0,5 \times 0,3 = 0,15$$

Donc 15 % des salariés de la société sont des ingénieurs managers.

b. Donner le nombre d'ingénieurs managers dans la société.

$$1500 \times 0,15 = 225$$

Donc il y a 225 ingénieurs managers dans la société.

3) Le salaire d'un ingénieur dans cette société en 2023 était 3000 €.

Entre 2023 et 2024, son salaire a augmenté de 7 %.

a. Donner le taux d'évolution, noté t , et le coefficient multiplicateur, noté CM , associés à l'évolution du salaire de l'ingénieur entre 2023 et 2024.

Le taux d'évolution est $t = \frac{7}{100} = 0,07$ et le coefficient multiplicateur est $CM = 1 + t = 1,07$.

b. En déduire le salaire de cet ingénieur en 2024.

$3000 \times CM = 3000 \times 1,07 = 3210$ Donc le salaire de cet ingénieur en 2024 est 3210 €.

4) Le salaire d'un technicien dans cette société en 2023 était 2400 €.

Entre 2023 et 2024, son salaire a augmenté de 8 % puis entre 2024 et 2025, son salaire a baissé de 5 %.

a. Donner le coefficient multiplicateur global, noté CM_g , et le taux d'évolution global, noté t_g , associés à l'évolution du salaire du technicien entre 2023 et 2025.

Le coefficient multiplicateur global est $CM_g = (1 + \frac{8}{100}) \times (1 - \frac{5}{100}) = 1,026$.

Le taux d'évolution global est $t_g = CM_g - 1 = 1,026 - 1 = 0,026$.

b. En déduire de quelle évolution il s'agit (augmentation ? diminution ? de combien en pourcentage ?).

Il s'agit d'une augmentation de 2,6 %.

c. En déduire le salaire du technicien en 2025.

$$2400 \times 1,026 = 2462,4$$

Donc le salaire de ce technicien en 2025 est 2462,4 €.

d. Quelle doit être l'évolution du salaire de ce technicien entre 2025 et 2026 pour que celui-ci retrouve le même salaire qu'en 2023 soit 2400 € ?

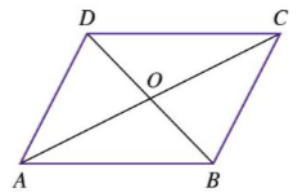
$$CM_r = \frac{1}{CM_g} = \frac{1}{1,026} \simeq 0,975$$

$$\text{Donc } t_r = CM_r - 1 \simeq 0,975 - 1 = -0,025.$$

Ainsi, le salaire du technicien doit baisser d'environ 2,5 % entre 2025 et 2026 pour que celui-ci retrouve le même salaire qu'en 2023.

Exercice 2 : / 5 points

Ci-contre, $ABCD$ est un parallélogramme de centre O .



1) Exprimer le vecteur $\overrightarrow{AO}$ en fonction du vecteur $\overrightarrow{AC}$.
Justifier.

$$\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} \text{ car } O \text{ est le milieu de } [AC].$$

2) En déduire que $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$.

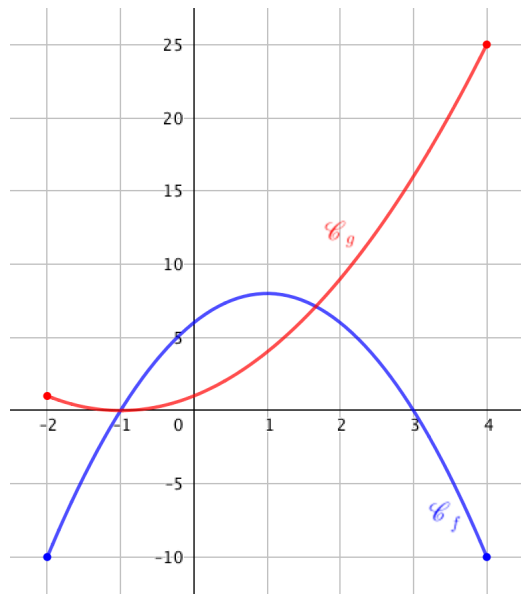
$$\begin{aligned}\overrightarrow{AO} &= \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} \\ &= \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) \text{ car } ABCD \text{ est un parallélogramme.} \\ &= \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}.\end{aligned}$$

3) Montrer que $\overrightarrow{DO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$. On pourra utiliser la relation de Chasles.

$$\begin{aligned}\overrightarrow{DO} &= \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AO} \text{ d'après la relation de Chasles.} \\ &= \overrightarrow{DA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} \text{ d'après la question 2.} \\ &= \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DA} \text{ car } \overrightarrow{AD} = -\overrightarrow{DA}. \\ &= \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{DA} \\ &= \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CB} \text{ car } \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CB} \text{ car } ABCD \text{ est un parallélogramme.}\end{aligned}$$

Exercice 3 : / 8 points

On donne ci-dessous les courbes représentatives de deux fonctions f et g sur $[-2;4]$.



1. Lecture graphique. Répondre avec la précision permise par le graphique.

a) Déterminer l'image de -2 par f .

L'image de -2 par f est -10 .

b) Déterminer le ou les antécédents de -10 par f .

Les antécédents de -10 par f sont -2 et 4 .

c) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 0$.

L'ensemble de solutions de l'équation $f(x) = 0$ est $S = \{-1; 3\}$.

d) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) > 0$.

L'ensemble de solutions de l'inéquation $f(x) > 0$ est $S =]-1; 3[$.

e) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \leq g(x)$.

L'ensemble de solutions de l'inéquation $f(x) \leq g(x)$ est $S = [-2; -1] \cup [\frac{5}{3}; 4]$.

2. Calcul algébrique.

Dans cette partie, on admet que les fonctions f et g sont des fonctions définies sur $[-2; 4]$ par

$$f(x) = (x + 1)(6 - 2x) \quad \text{et} \quad g(x) = x^2 + 2x + 1.$$

a) Retrouver l'image de -2 par f par le calcul.

$f(-2) = (-2 + 1) \times (6 - 2 \times (-2)) = (-1) \times 10 = -10$.
L'image de -2 par f est bien -10 .

b) Retrouver l'ensemble de solutions de l'équation $f(x) = 0$ par le calcul.

$$f(x) = 0 \iff (x+1)(6-2x) = 0 \iff x+1 = 0 \text{ ou } 6-2x = 0 \iff x = -1 \text{ ou } x = 3.$$

On retrouve bien $S = \{-1; 3\}$.

c) Lorsque l'on résout algébriquement l'équation $f(x) = g(x)$, on trouve deux solutions : -1 et $\frac{5}{3}$.

Déterminer les coordonnées des points d'intersection des courbes représentatives des fonctions f et g .

Les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$ sont -1 et $\frac{5}{3}$.

Les deux points d'intersection des courbes représentatives de f et de g ont donc pour abscisses respectives -1 et $\frac{5}{3}$.

Pour trouver leur ordonnée, il faut calculer leur image par l'une des deux fonctions au choix.

$$f(-1) = g(-1) = 0 \text{ et } f\left(\frac{5}{3}\right) = g\left(\frac{5}{3}\right) = \left(\frac{5}{3}\right)^2 + 2 \times \frac{5}{3} + 1 = \frac{25}{9} + \frac{10}{3} + 1 = \frac{25}{9} + \frac{30}{9} + \frac{9}{9} = \frac{64}{9}.$$

Finalement, les deux points d'intersection de ces deux courbes sont donc $(-1; 0)$ et $(\frac{5}{3}; \frac{64}{9})$.