

CORRECTION DEVOIR SURVEILLÉ NUMÉRO 1 - Sujet B

Exercice 1 : / 2,5 points

Compléter chaque case du tableau ci-contre par les symboles $\in$ et $\notin$ en prenant exemple sur la première ligne. **Aucune justification** n'est demandée.

	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{D}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{R}$
-2	$\notin$	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$
$\sqrt{2}$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\in$
14657	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$
2×10^3	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$
$-\frac{4}{10^{-2}}$	$\notin$	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$
$\frac{2}{3}$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\in$	$\in$

Exercice 2 : / 5 points

1) **Simplifier** les expressions suivantes.

a) $\frac{2^9 \times 2^{-4}}{2^{-5}}$

$$\frac{2^9 \times 2^{-4}}{2^{-5}} = \frac{2^5}{2^{-5}} = 2^{5-(-5)} = 2^{10}$$

b) $\frac{(5^4 \times 5^{-1})^2}{5^{-6}}$

$$\frac{(5^4 \times 5^{-1})^2}{5^{-6}} = \frac{(5^4)^2 \times (5^{-1})^2}{5^{-6}} = \frac{5^8 \times 5^{-2}}{5^{-6}} = \frac{5^6}{5^{-6}} = 5^{6-(-6)} = 5^{12}$$

c) $\frac{7^4 \times 3^{-5} \times 5^{-2}}{3^2 \times 7^{-2} \times 5^5}$

$$\frac{7^4 \times 3^{-5} \times 5^{-2}}{3^2 \times 7^{-2} \times 5^5} = 7^{4-(-2)} \times 3^{-5-2} \times 5^{-2-5} = 7^6 \times 3^{-7} \times 5^{-7}$$

2) **Écrire** les expressions suivantes sous la forme $a\sqrt{b}$ avec $a \in \mathbb{Z}$ et $b \in \mathbb{N}$ où b est le plus petit possible.

a) $A = 2\sqrt{45} - 2\sqrt{5} + \sqrt{20}$.

$$A = 2\sqrt{45} - 2\sqrt{5} + \sqrt{20} = 2\sqrt{5 \times 3^2} - 2\sqrt{5} + \sqrt{5 \times 2^2} = 6\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 2\sqrt{5} = 6\sqrt{5}$$

b) $B = 3\sqrt{75} + \sqrt{48} + 2\sqrt{3}$

$$B = 3\sqrt{75} + \sqrt{48} + 2\sqrt{3} = 3\sqrt{5^2 \times 3} + \sqrt{3 \times 16} + 2\sqrt{3} = 15\sqrt{3} + 4\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 21\sqrt{3}$$

Exercice 3 : / 5,5 points

On considère le plan muni d'un repère orthonormé $(O; I, J)$ et les points : $A(\frac{1}{6}; 1)$, $B(0; -2)$ et $C(1; 4)$.

Déterminer les coordonnées de l'unique point D du plan afin que le quadrilatère $ABCD$ soit un parallélogramme.

Soit $D(x_D; y_D)$ l'unique point tel que $ABCD$ est un parallélogramme.

On note M le milieu de $[AC]$.

$$x_M = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{\frac{1}{6} + 1}{2} = \frac{\frac{1}{6} + \frac{6}{6}}{2} = \frac{\frac{7}{6}}{2} = \frac{7}{12}.$$

$$y_M = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{1 + 4}{2} = \frac{5}{2}.$$

$$\text{Donc } M(\frac{7}{12}; \frac{5}{2}).$$

On note N le milieu de $[BD]$.

$$x_N = \frac{x_B + x_D}{2} = \frac{0 + x_D}{2}$$

$$y_N = \frac{y_B + y_D}{2} = \frac{-2 + y_D}{2}$$

$$\text{Donc } N(\frac{x_D}{2}; \frac{-2 + y_D}{2}).$$

$ABCD$ est un parallélogramme donc ses diagonales $[AC]$ et $[BD]$ se coupent en leur milieu donc M et N ont les mêmes coordonnées.

Ainsi on a :

$$x_M = x_N$$

$$\frac{7}{12} = \frac{x_D}{2}$$

$$\frac{7}{6} = x_D$$

$$x_D = \frac{7}{6}$$

$$y_M = y_N$$

$$\frac{5}{2} = \frac{-2 + y_D}{2}$$

$$5 = -2 + y_D$$

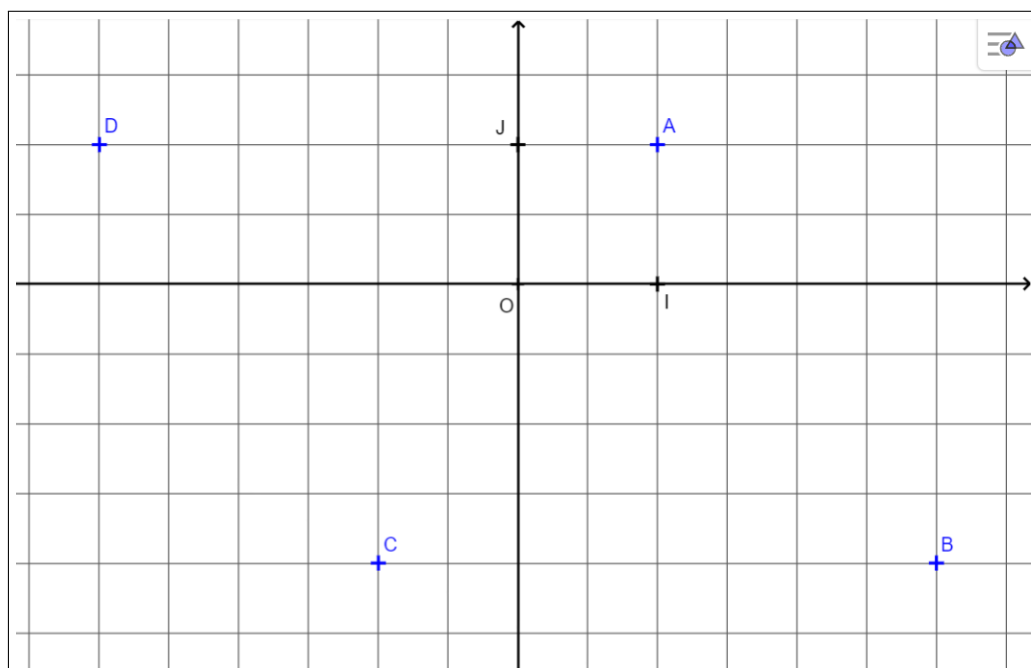
$$5 + 2 = y_D$$

$$y_D = 7$$

Finalement, $D(\frac{7}{6}; 7)$.

Exercice 4 : / 7 points

On considère le repère orthonormé $(O; I, J)$ ci-dessous.



1) a. Déterminer les coordonnées des points A, B et C.

$$A(2; 1), B(3; -1) \text{ et } C(-1; -1).$$

b. Déterminer la longueur du segment $[AB]$.

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(3 - 2)^2 + (-2 - 1)^2} = \sqrt{2^2 + (-3)^2} = \sqrt{4 + 9} = \sqrt{13}.$$

c. Déterminer la longueur du segment $[AC]$.

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(-1 - 2)^2 + (-2 - 1)^2} = \sqrt{(-3)^2 + (-3)^2} = \sqrt{9 + 9} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}.$$

d. En déduire que le triangle ABC est isocèle en A.

D'après les questions b. et c., on a $AB = AC$ donc ABC est isocèle en A.

2) a. Déterminer les coordonnées du point D.

$$D(-3; 1)$$

b. Déterminer, par le calcul, les coordonnées du milieu du segment $[AC]$, que l'on notera M.

$$x_M = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{2 + (-1)}{2} = \frac{1}{2} \text{ et } y_M = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{1 + (-2)}{2} = -\frac{1}{2}.$$

Donc $M(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2})$.

c. Déterminer, par le calcul, les coordonnées du milieu du segment $[BD]$, que l'on notera N.

$$x_N = \frac{x_B + x_D}{2} = \frac{3 + (-3)}{2} = 0 \text{ et } y_N = \frac{y_B + y_D}{2} = \frac{-1 + 1}{2} = 0.$$

Donc $N(0; 0)$.

d. En déduire que le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.

D'après les questions b. et c., les points M et N, milieux respectifs de $[AC]$ et $[BD]$, ont les mêmes coordonnées. Ainsi, les diagonales $[AC]$ et $[BD]$ du quadrilatère ABCD se coupent en leur milieu. ABCD est donc un parallélogramme.