

Données

Constantes fondamentales

| $R = 8.314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$ [constante des gaz parfaits]

Facteur calorimétrique γ (auss appelé facteur adiabatique)

| Relation de définition : $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$

| Valeur de γ pour un gaz parfait (GP) à température ambiante : $\gamma(\text{GP monoatomique}) = \frac{5}{3}$, $\gamma(\text{GP diatomique}) = \frac{7}{5}$

Relations de Laplace

| Conditions d'utilisation : pour un gaz parfait (GP) entreprenant une transformation adiabatique réversible

| Énoncé : $PV^\gamma = \text{cst}$ au cours de la transformation

Données thermodynamiques pour l'eau

| Pression de vapeur saturante de l'eau à 290 K : $P_{\text{sat}}(290 \text{ K}) = 2.1 \times 10^3 \text{ Pa}$

| Enthalpie massique de fusion de l'eau à pression atmosphérique : $\Delta_{\text{fus}}h(P_{\text{atm}}) = 3.3 \times 10^2 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$

| Masse molaire : $M(\text{H}_2\text{O}) = 18.0 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$

| Capacité thermique massique de l'eau liquide : $c_l = 4.18 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$

| Capacité thermique massique de l'eau solide : $c_g = 2.1 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$

Conseils de rédaction

Toujours **proposer** une relation littérale avant d'effectuer une application numérique.

En particulier, pour les résolutions de problème et les problèmes ouverts, **poser** proprement les hypothèses effectuées, en les **justifiant** brièvement, puis **commenter** le résultat obtenu en regard des hypothèses effectuées.

I Étude thermodynamique d'un chauffe-eau

Un résistor parcouru par un courant électrique permet de chauffer, grâce à l'effet Joule, une masse m d'eau contenue dans un ballon calorifugé (chauffe-eau).

Hypothèses de travail et données

- La masse d'eau contenue dans le ballon est $m = 100$ kg.
- La pression P à l'intérieur du récipient est égale à la pression constante du milieu extérieur : $P = P_{ext} = 1.01$ bar.
- On peut négliger la quantité d'eau sous forme vapeur devant celle de liquide.
- Le résistor, lorsqu'il est alimenté, fournit une puissance thermique constante $P_{th} = 1.5 \times 10^3$ W.
- Les parois du récipient, ainsi que le matériau isolant, sont de capacité thermique négligeable.
- La température constante du milieu extérieur est $T_{ext} = 290$ K.

I(a) Préliminaires

La masse d'eau étudiée constitue un système fermé (noté Σ) soumis à la pression extérieure constante P_{ext} .

- 1) **Rappeler** la définition d'un système fermé.
- 2) **Exprimer** l'enthalpie H du système Σ en fonction de son énergie interne U et de certains de ses paramètres d'états.
- 3) La transformation finie étant effectuée à pression constante avec équilibre mécanique réalisé à l'état initial et à l'état final, **montrer** que $\Delta H = Q$.
- 4) On suppose que le volume du chauffe-eau est $V = 150$ L et que l'eau est à la température T_{ext} . **Vérifier** numériquement l'hypothèse effectuée : « On peut négliger la quantité d'eau sous forme vapeur devant celle de liquide ». La pression de vapeur saturante de l'eau à T_{ext} , ainsi que la masse molaire de l'eau, sont données en début d'énoncé.

I(b) Récipient isolé

Les parois du chauffe-eau sont athermanes : le récipient est supposé parfaitement calorifugé. À l'instant initial $t = 0$ s, la masse d'eau est à la température T_{ext} et le chauffage est mis en œuvre avec la puissance thermique P_{th} constante.

- 5) **Calculer** le transfert thermique Q que doit recevoir l'eau pour que sa température T atteigne la valeur $T_1 = 350$ K.
- 6) **Déterminer** la durée Δt du transfert thermique.

I(c) Récipient soumis à des pertes thermiques

En réalité, l'eau, à température T , subit des pertes thermiques dues au fait que le réservoir est imparfaitement isolé du milieu extérieur de température constante T_{ext} . La quantité de chaleur δQ reçue par le système Σ pendant la durée infinitésimale dt , est de la forme :

$$\delta Q = -k(T - T_{ext})dt$$

I(c)1. « Marche forcée » du chauffe-eau

Le procédé dit de la « marche forcée » permet d'évaluer les pertes. En régime permanent, par apport continu de la puissance thermique P_{th} , et au bout d'un temps très long, la température T de l'eau atteint une valeur limite $T_{lim} = 370$ K. À ce stade, le chauffage permet juste de compenser les pertes thermiques.

- 7) **Déterminer** le signe de la constante k , ainsi que son unité. En **déduire** sa dimension dans le SI.
- 8) **Exprimer** la constante k , en fonction de P_{th} et des températures données. **Déterminer** numériquement sa valeur.

I(c)2. Arrêt du chauffe-eau

À un nouvel instant initial $t = 0$, le chauffage est arrêté : la température de l'eau vaut alors T_{lim} .

- 9) **Etablir** l'équation différentielle vérifiée par la température $T(t)$ de l'eau.
- 10) **Intégrer** cette équation et **déterminer** la fonction $T(t)$.
- 11) **Tracer** l'allure de la courbe représentative de la fonction $T(t)$.

I(c)3. Montée en température de la masse d'eau

À un autre instant initial $t = 0$ s, la température de l'eau est T_{ext} et le chauffage est rétabli, toujours avec la puissance thermique P_{th} constante, dans le but de porter l'eau à la température T_1 .

- 12) **Etablir** la nouvelle équation différentielle vérifiée par la température $T(t)$ de l'eau.
- 13) **Intégrer** cette équation et **déterminer** la fonction $T(t)$.

- 14) **Tracer** l'allure de la courbe représentative de la fonction $T(t)$ en précisant la valeur de la température maximale qui peut être atteinte.
- 15) **Calculer** la durée $\Delta t'$ de chauffage, pour que la température de l'eau atteigne la valeur $T_1 = 350 \text{ K}$. **Commenter**.

I(c)4. Résolution de problème : Isolation d'un chauffe-eau

La consommation d'entretien d'un chauffe-eau à accumulation est celle qui est observée même en l'absence de soutirage d'eau chaude. Cette énergie est utilisée pour maintenir le stock d'eau à sa température de consigne, et vient compenser les pertes thermiques à travers les parois (pertes thermiques dans le milieu ambiant extérieur).

- 16) En exploitant l'ensemble des documents regroupés ci-dessous, **déterminer** l'épaisseur des parois en polystyrène expansé du chauffe-eau « PRODIGIO » de 150 L.

Toute contribution à la résolution, même inaboutie, sera prise en compte. Des applications numériques intermédiaires pourront être effectuées.

		150 litres	200 litres
Tension (V)		230 V monophasé (transformable en 400 V triphasé avec le kit)	
Résistance		Stéatite	
Puissance (W)		1 800	2 400
Dimensions (mm)	Ø	505	513
	H	1 290	1 610
	A	1 050	1 050
	B	800	800
	C	530	540
Temps de chauffe réel*		5h17	5h16
Qpr (Consommation entretien)**		1,59	1,94
V40 (Quantité d'eau chaude à 40°C)		278	375
Poids à vide (kg)		41	51

*Temps de chauffe réel pour chauffage de 15 à 65°C

**Consommation d'entretien en kWh pour 24 heures pour de l'eau à 65°C (ambiance 20°C)

Document 1 | Notice du chauffe-eau « PRODIGIO » de la marque « SAUTER »

Cylindre de hauteur h et de rayon r :

$$\text{aire de la base} = \pi r^2$$

$$\text{aire de la surface latérale} = 2\pi r h$$

Document 2 | Rappels mathématiques

Le kilowatt-heure est une unité de mesure d'énergie correspondant à l'énergie consommée par un appareil de 1000 Watt (1 kW) de puissance pendant une durée d'une heure.

Elle vaut 3,6 mégajoules (MJ).

Elle est surtout utilisée pour mesurer l'énergie électrique, aussi bien générée (générateur électrique...) que consommée (plaque de cuisson...).

Document 3 | Le kilowatt-heure (source : Wikipédia)

Le transfert thermique cédé par le chauffe-eau à l'air ambiant à la paroi du chauffe-eau peut être modélisé par la loi phénoménologique de Newton.

On rappelle que la résistance thermique R_{th} , exprimée en $\text{K} \cdot \text{W}^{-1}$, est définie par : $\Delta T = R_{th} \times P_{th}$ en régime stationnaire, avec ΔT la différence de température entre les deux systèmes à la paroi (en K) et P_{th} la puissance thermique échangée à l'interface (en W).

Les valeurs tabulées sont des **résistances thermiques surfaciques** r_{th} , définies par : $\Delta T = R_{th} \times \varphi_{th}$, avec φ_{th} la puissance thermique surfacique (en $\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$). **Leurs valeurs sont ainsi indépendantes de la surface S d'échange.** Ainsi, r_{th} s'exprime en $\text{m}^2 \cdot \text{K} \cdot \text{W}^{-1}$ et est liée à la résistance thermique R_{th} du système par : $r_{th} = R_{th} \times S$.

Document 4 | Modélisation du transfert thermique entre le chauffe-eau et l'air ambiant

PSE blanc BD $\lambda = 0,038 \text{ W/(m.K)}$		Conditionnement	Résistance Thermique
BD 20 mm	500 x 1000 mm	Ballot de 15 m²	0,50 m².K/W
BD 50 mm	500 x 1000 mm	Ballot de 6 m²	1,30 m².K/W
BD 60 mm	500 x 1000 mm	Ballot de 5 m²	1,55 m².K/W
BD 70 mm	500 x 1000 mm	Ballot de 4 m²	1,80 m².K/W
BD 80 mm	500 x 1000 mm	Ballot de 3,5 m²	2,10 m².K/W
BD 90 mm	500 x 1000 mm	Ballot de 3 m²	2,35 m².K/W
BD 100 mm	500 x 1000 mm	Ballot de 3 m²	2,60 m².K/W
BD 110 mm	500 x 1000 mm	Ballot de 2,5 m²	2,85 m².K/W
BD 120 mm	500 x 1000 mm	Ballot de 2,5 m²	3,15 m².K/W

Document 4 | Résistance thermique surfacique du polystyrène expansé

II Cycle de Beau de Rochas

Cet exercice vise à étudier le cycle de Beau de Rochas (ou cycle d'Otto), qui est un modèle idéalisé de cycle moteur à quatre temps. Il vise à modéliser, par exemple, le fonctionnement des moteurs à explosion à allumage commandé, que sont entre autres les moteurs à essence des automobiles.

Ce cycle offre un meilleur rendement que le cycle de Lenoir (cycle moteur historique à deux temps) grâce à l'introduction d'une compression adiabatique préalable du mélange, ce qui améliore l'efficacité thermique du moteur.

On raisonne sur un système fermé constitué d'une quantité de matière n du mélange air-carburant présent dans la chambre de combustion du moteur, modélisé par un gaz parfait de capacité thermique à volume constant $C_V = \frac{nR}{\gamma-1}$, où γ est le coefficient adiabatique (voir données). On prendra $\gamma = 1.4$ pour le mélange air / essence.

Le cycle thermodynamique décrit par le mélange air-essence, modélisé comme un gaz parfait, se décompose en quatre étapes, modélisées par des transformations supposées quasi-statiques et mécaniquement réversibles :

- **A → B** : Compression, adiabatique réversible, du mélange. Dans l'état B, le volume est égal à V_B .
- **B → C** : Echauffement isochore du gaz lors sa combustion.
- **C → D** : Détente adiabatique et réversible du gaz, due à l'expansion du gaz lors de sa combustion.
- **D → A** : Refroidissement isochore du gaz.

On définit le « taux de compression » τ comme le rapport $\tau = \frac{V_A}{V_B}$, avec ici $\tau = 10$.

On pourrait montrer que le rendement η_1 du cycle, défini comme la valeur absolue du rapport du travail moteur reçu par le gaz sur la chaleur qu'il reçoit lors de l'échauffement, est donné par :

$$\eta_1 = 1 + \frac{T_A - T_D}{T_C - T_B}$$

- 17) **Rappeler** la définition d'une transformation adiabatique.
- 18) À partir de la relation de définition de γ et de l'expression de l'enthalpie d'un gaz parfait, **retrouver** l'expression littérale fournie de C_V en fonction de γ et de R . **En déduire** celle de C_p .
- 19) À l'aide de la relation de Laplace (voir données) et de la définition du taux de compression, **établir** l'expression du rendement η_1 du cycle de Beau de Rochas en fonction du taux de compression τ et du coefficient adiabatique γ . **Effectuer** l'application numérique.
- 20) En réalité, le rendement réel d'un moteur est inférieur au rendement théorique η_1 . **Expliquer**.

III Calorimétrie

III(a) De la glace qui fond

Dans un calorimètre aux parois calorifugées et de capacité thermique négligeable, on introduit une masse $m_{liq} = 1.00$ kg d'eau liquide initialement à $T_1 = 20$ °C.

On y ajoute une masse $m_{gl} = 0.50$ kg de glace à $T_2 = 0$ °C.

- 21) On suppose qu'à l'état final l'eau est entièrement sous forme liquide. **Déterminer** sa température T_F . **Conclure**.
- 22) On suppose maintenant qu'à l'état final l'eau est présente sous forme d'un mélange solide et liquide. **Préciser** ce que l'on peut dire sans calcul sur l'état final. **Déterminer** la composition du mélange, c'est-à-dire la masse de chaque phase.

III(b) Combien de glaçons dans le jus de fruits ?

Problème ouvert

- 23) Par une chaude journée d'été, vous avez oublié de mettre au frigo le jus de fruits de l'apéritif. Combien de glaçons devez-vous y ajouter pour qu'il soit aussi rafraîchissant ?

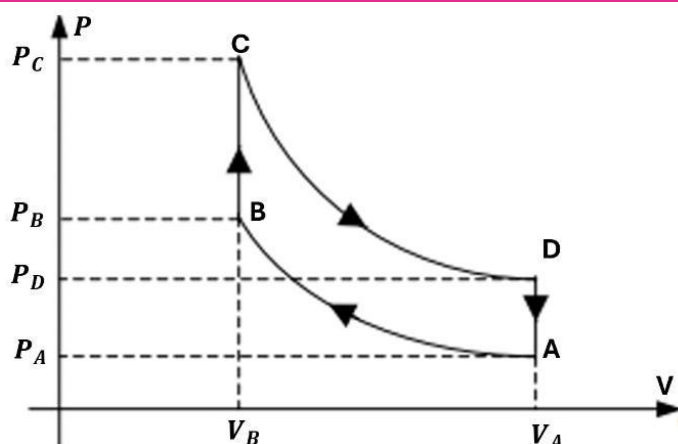


Figure 1 | Représentation du cycle de Beau et Rochas dans un diagramme de Watt (P, V)