

Interrogation 1 de Mathématiques

sujet A

Durée : 25 minutes

Exercice

On note f la fonction définie sur l'intervalle $]0,5; +\infty[$ par $f(x) = \frac{9x-8}{2x-1}$.

On a tracé sur le graphique ci-dessous la représentation graphique de f sur l'intervalle $\left]\frac{1}{2}; +\infty\right[$.

Les questions 1) et 2) sont indépendantes.

1) Soit (u_n) la suite définie à partir du rang 1 par $u_n = f(n)$. Montrer que (u_n) est majorée par 5.

2) On admet que la fonction f est strictement croissante sur $\left]\frac{1}{2}; +\infty\right[$.

Soit (v_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par : $v_0 = 1,5$ et, pour tout entier naturel n , $v_{n+1} = f(v_n)$.

a) Construire, sur l'axe des abscisses, les quatre premiers termes de la suite (v_n) .
(On ne fera aucun calcul et on laissera tous les traits de construction utiles visibles sur le graphique).

b) Démontrer par récurrence que : pour tout entier naturel n :

$$1,5 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 4.$$

c) Est-ce cohérent avec les informations obtenues sur le graphique ?

