

FICHE D'EXERCICES : CHAPITRE 8, VARIATIONS DE FONCTIONS.**Exercice 1 :**

Soit f une fonction définie sur $[-3; 4]$.

- 1) On suppose dans cette question que la fonction f est croissante sur $[-3; 4]$. Peut-on affirmer que $f(-3) \leq f(4)$?
- 2) On suppose dans cette question que $f(-3) \leq f(4)$. Peut-on affirmer que la fonction f est croissante sur l'intervalle $[-3; 4]$?

Exercice 2 :

Soit le tableau de variations d'une fonction h définie sur l'intervalle $[-6; 5]$.

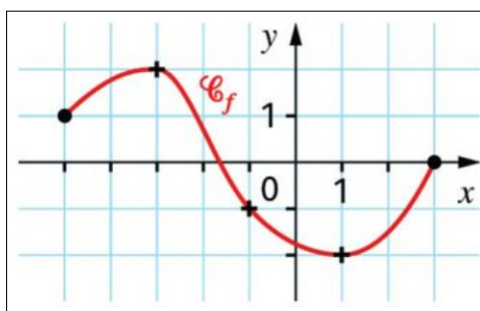
x	-6	-2	3	5
Variation de h	3	↘ -1	↗ 4	↘ -2

Pour chaque proposition, dire si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse.

- 1) $h(-2) = -1$
- 2) -2 est le seul antécédent de -1 par h .
- 3) h est croissante sur l'intervalle $[-1; 4]$.
- 4) Si $-6 \leq x \leq -2$ alors $-1 \leq h(x) \leq 3$.
- 5) Si $-6 \leq x \leq 3$ alors $3 \leq h(x) \leq 4$.

Exercice 3 :

On a représenté ci-dessous une fonction f .



- 1) Dresser le tableau de variations de f sur $[-5; 3]$ et étudier son signe sur cet intervalle.
- 2) La fonction f est croissante sur :
 - a. $[-5; -3]$
 - b. $[-2; 0]$
 - c. $[1; 3]$

- 3) a. Quel est le signe de f sur $[2; 4]$?
b. Quel est le sens de variation de f sur $[1; 3]$?
- 4) Si $1 \leq x \leq 5$, à quel intervalle appartient $f(x)$?
- 5) a. Donner un nombre qui n'a pas d'image par f .
b. Donner un nombre qui n'a pas d'antécédent par f .
c. Donner un nombre qui a exactement deux antécédents par f .
- 6) Dresser le tableau de variations de f sur $[-2; 5]$ et étudier son signe sur cet intervalle.

Exercice 6 :

On considère une fonction f affine décroissante sur $\mathbb{R}$. On sait que $f(1) = 0$.

- 1) Quel est le signe de $f(5, 5)$? Justifier la réponse.
- 2) Quel est le signe de $f(-3)$? Justifier la réponse.

Exercice 7 :

On considère une fonction f admettant le tableau de variations suivant.

x	-2	1	3	6	12
$f(x)$	1	5	-3	-1	-4

- 1) Comparer, si c'est possible, les nombres suivants.
 - a. $f(0)$ et $f(2)$
 - b. $f(-1)$ et $f(3)$
 - c. $f(2)$ et $f(\pi)$
- 2) L'équation $f(x) = 0$ admet-elle une solution ?
- 3) Peut-on affirmer que pour tout réel x de $[-2; 12]$, on a $-4 \leq f(x) \leq 5$? Pourquoi ?

Exercice 8 :

On considère la fonction f dont on donne le tableau de variations ci-dessous.

x	-4	1	7	10
$f(x)$	3	-5	2	-1

- 1) Pourquoi peut-on affirmer que pour tout réel x de l'intervalle $[-4; 10]$, on a $-5 \leq f(x) \leq 3$?
- 2) Donner un encadrement des images suivantes.
 - a. $f(4)$
 - b. $f(5\sqrt{2})$
 - c. $f(9, 6)$
- 3) Comparer, si c'est possible, les nombres suivants.

a. $f(-3)$ et $f(2)$

b. $f(0)$ et $f(1)$

Exercice 9 :

Le tableau de variations de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ est représenté ci-dessous :

x	$-\infty$	-2	0	1	$+\infty$
Variation de f	5		7		3
		↘	↗	↘	↗
		3		-4	

Pour chacune des affirmations, dire si elles sont vraies, fausses ou indécidables en justifiant à chaque fois votre réponse.

- 3 admet le nombre -2 comme antécédent.
- $f(1) > f(-1)$.
- $f(2)$ est un nombre positif.
- Le minimum de la fonction f est -4 .
- Pour $x \in]-\infty; 0]$, on a $f(x) \geq 0$.
- Le nombre 4 admet un unique antécédent.

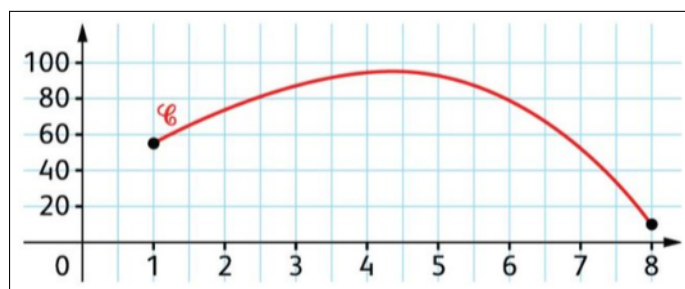
Exercice 10 :

Un parc d'attraction fait une étude de marché sur un nouveau manège à sensation dont la durée est comprise entre une et huit minutes.

La fonction de satisfaction f mesure la proportion (en %) de consommateurs satisfaits en fonction de la durée x de l'attraction en minute ($1 \leq x \leq 8$).

On estime que $f(x) = -0,4x^3 + 0,3x^2 + 20x + 35$.

On donne ci-dessous la courbe représentative de f .



- Quel est le niveau de satisfaction lorsque l'attraction dure 4 minutes ? 5 minutes ?
- Est-il possible que 100 % des consommateurs soient satisfaits ?
- Déterminer les durées possibles pour qu'au moins 80 % des consommateurs soient satisfaits.
- On dit qu'il y a "envie" lorsque f est croissante. Donner un intervalle sur lequel il y a "envie".

Exercice 11 :

On considère la fonction f définie sur $] -1; +\infty[$ par $f(x) = \frac{6x+6}{x+2}$.

- 1) Pourquoi ne pouvait-on pas définir f sur $[-2; +\infty[$?
- 2) Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant.

x	-1	0	1	2	4	8
$f(x)$						

- 3) Tracer la courbe représentative de f dans un repère orthonormé.
- 4) Dresser son tableau de variations sur $[-1; +\infty[$ et préciser ses éventuels extremums.

Exercice 12 :

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^3$.

- 1) Soient a et b deux réels positifs tels que $a \leq b$.
 - a. Démontrer que $f(b) - f(a) = (b - a)(a^2 + ab + b^2)$.
 - b. Quel est le signe de $b - a$? Quel est celui de $a^2 + ab + b^2$?
 - c. En déduire le signe de $f(b) - f(a)$.
 - d. Conclure sur le sens de variation de f sur $[0; +\infty[$.
- 2) Démontrer que f est croissante sur $] -\infty; 0]$.

Exercice 13 :

On considère la fonction g définie sur $] -\infty; 0[\cup]0; +\infty[$ par $f(x) = \frac{1}{x^2}$.

- 1) Soient a et b deux réels strictement positifs tels que $a \leq b$.
 - a. Démontrer que $f(b) - f(a) = \frac{(a-b)(a+b)}{a^2b^2}$.
 - b. Quel est le signe de $(a - b)(a + b)$? Quel est celui de a^2b^2 ?
 - c. En déduire le signe de $f(b) - f(a)$.
 - d. Conclure sur le sens de variation de f sur $]0; +\infty[$.
- 2) Démontrer que f est strictement croissante sur $] -\infty; 0[$.