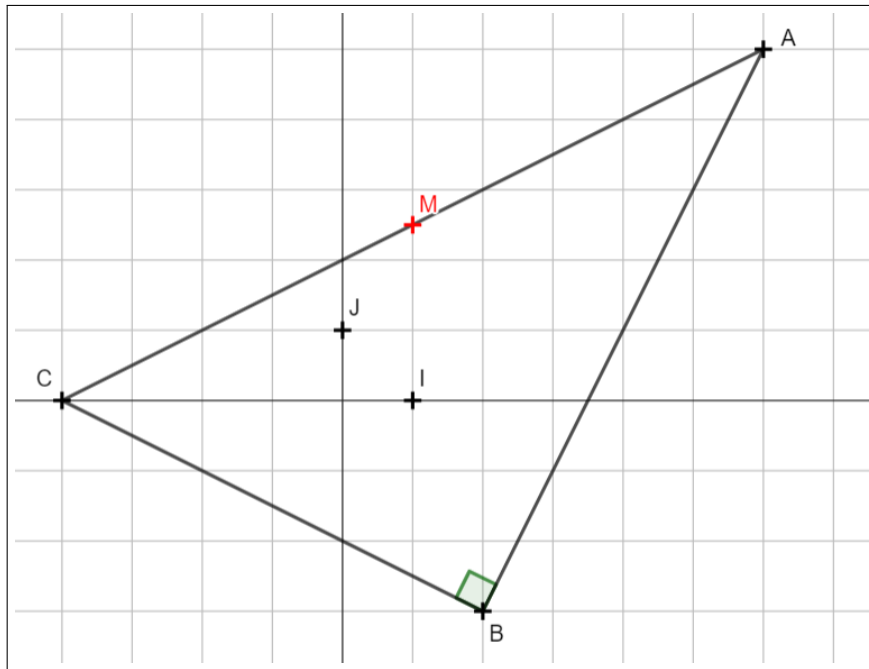


CORRECTION DU DEVOIR SURVEILLÉ NUMÉRO 2 - Sujet B

Exercice 1 : / 7 points

On se place dans le repère orthonormé $(O; I, J)$ suivant.

Ce dernier sera à compléter tout au long de l'avancée de l'exercice.



- Placer dans le repère $(O; I, J)$ les points suivant : $A(6; 5)$; $B(2; -3)$ et $C(-4; 0)$.

Dans le repère.

- Soit M le milieu de $[AC]$. Calculer les coordonnées de M dans le repère $(O; I, J)$ puis placer ce point dans ce repère.

$$x_M = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{6 + (-4)}{2} = \frac{2}{2} = 1 \text{ et } y_M = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{5 + 0}{2} = \frac{5}{2}.$$

Donc $M(1; \frac{5}{2})$.

- Calculer la valeur exacte de la longueur AB . On écrira le résultat sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des entiers, et b est le plus petit possible.

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(2 - 6)^2 + (-3 - 5)^2} = \sqrt{(-4)^2 + (-8)^2} = \sqrt{16 + 64} = \sqrt{80} = \sqrt{2 \times 4 \times 2 \times 5} = \sqrt{2^2 \times 2^2 \times 5} = 2 \times 2 \times \sqrt{5} = 4\sqrt{5}.$$

- On admet que $AC = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$ et $BC = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$. Démontrer que le triangle ABC est rectangle.

D'une part, $AC = 5\sqrt{5}$ donc $AC^2 = (5\sqrt{5})^2 = 25 \times 5 = 125$.

D'autre part, $AB = 4\sqrt{5}$ et $BC = 3\sqrt{5}$ donc $AB^2 + BC^2 = (4\sqrt{5})^2 + (3\sqrt{5})^2 = 16 \times 5 + 9 \times 5 = 25 \times 5 = 125$.

Finalement, on a $AC^2 = AB^2 + BC^2$ donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B .

Exercice 2 : / 5 points

1. Développer et réduire l'expression suivante : $\frac{2}{3}(x-3)^2 + 7$.

$$\begin{aligned}\frac{2}{3}(x-3)^2 + 7 &= \frac{2}{3}(x^2 - 2 \times x \times 3 + 3^2) + 7 = \frac{2}{3}(x^2 - 6x + 9) + 7 = \frac{2}{3}x^2 - \frac{2}{3} \times 6x + \frac{2}{3} \times 9 + 7 \\ &= \frac{2}{3}x^2 - 4x + 6 + 7 = \frac{2}{3}x^2 - 4x + 13\end{aligned}$$

2. Factoriser en produits de facteurs du premier degré l'expression suivante $(x-5)(3x+7) - (4-2x)(x-5)$.

$$(x-5)(3x+7) - (4-2x)(x-5) = (x-5)[(3x+7) - (4-2x)] = (x-5)(3x+7-4+2x) = (x-5)(5x+3).$$

3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : $3x - 2 < 8x + 1$.

$$3x - 2 < 8x + 1 \iff 3x - 8x < 2 + 1 \iff -5x < 3 \iff x > \frac{3}{-5} \iff x > -\frac{3}{5}$$

$$S =] -\frac{3}{5}; +\infty[.$$

4. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 6 - 3x$.

a. Calculer l'image de -5 par f .

b. Déterminer le ou les antécédents de -6 par f .

a. $f(-5) = 6 - 3 \times (-5) = 6 + 15 = 21$ donc l'image de -5 par f est 21.

b. $f(x) = -3 \iff 6 - 3x = -6 \iff -3x = -12 \iff x = 4$ donc l'antécédent de -6 par f est 4.

Exercice 3 : / 3 points

Dans cette partie, on s'intéresse à l'intervalle $I =] -2; 4, 9]$.

1. Citer tous les nombres entiers relatifs appartenant à l'intervalle I .

Les nombres entiers relatifs appartenant à l'intervalle I sont $-1, 0, 1, 2, 3$ et 4 .

2. Citer deux nombres rationnels, non décimaux appartenant à l'intervalle I .

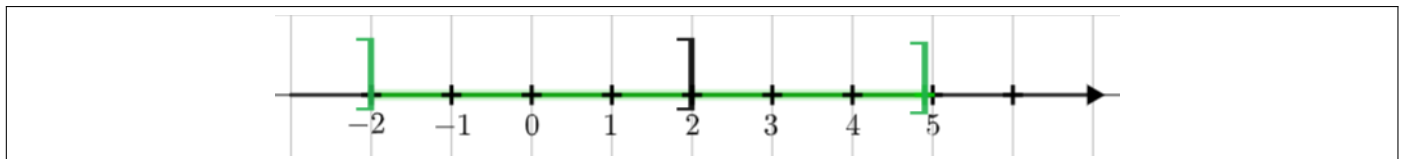
Deux nombres rationnels non décimaux appartenant à l'intervalle I : $\frac{1}{6}$ et $\frac{2}{3}$.

3. Citer deux nombres irrationnels appartenant à l'intervalle I .

Deux nombres irrationnels appartenant à l'intervalle I : $\sqrt{2}$ et π .

4. Soit $J =] -\infty; 2]$.

a. Représenter les intervalles I et J sur une droite graduée.



b. Écrire $I \cap J$ sous la forme d'un intervalle si cela est possible.

$$I \cap J =] -2; 2]$$

c. Écrire $I \cup J$ sous la forme d'un intervalle si cela est possible.

$$I \cup J =] -\infty; 4, 9]$$

Exercice 4 : / 5 points

Un photographe propose deux formules pour tirer sur papier des photos numériques.

Avec la formule f , on paie 0,15 € chaque tirage.

Avec la formule g , on paie d'abord un forfait de 12 € et chaque tirage ne vaut que 0,09 €.

A partir de combien de tirages a-t-on intérêt à choisir la formule avec forfait ?

On cherche x le nombre de tirages à partir duquel on a intérêt à choisir la formule avec forfait.

Avec la formule f , pour x tirages on paie $0,15x$.

Avec la formule g , pour x tirages on paie $12 + 0,09x$.

Ainsi, on cherche x tel que $0,15x > 12 + 0,09x$.

$0,15x > 12 + 0,09x \iff 0,06x > 12 \iff x > \frac{12}{0,06} \iff x > 200$.

Finalement, il faut effectuer au moins 201 tirages pour que la formule g soit la plus intéressante.