

CORRECTION DEVOIR SURVEILLÉ NUMÉRO 4 - Sujet B

Exercice 1 : / 3 points

1. Résoudre l'équation : $x(5 - x)(4x - 1) = 0$.
2. Résoudre l'inéquation suivante : $3x - 8 > 6 + 74x$.
3. Factoriser l'expression suivante : $3x(x - 2) - x(9 - 3x)$.

1.	$x(5 - x)(4x - 1) = 0 \iff x = 0 \text{ ou } x = 5 \text{ ou } x = \frac{1}{4}$. Donc $S = \{0; \frac{1}{4}; 5\}$.
2.	$3x - 8 > 6 + 74x \iff -4x > 14 \iff x < \frac{14}{4} \iff x < \frac{7}{2}$. Donc $S =] - \infty; \frac{7}{2}[$.
3.	$3x(x - 2) - x(9 - 3x) = 3x(x - 2) - x \times 3(3 - x) = 3x(x - 2) - 3x(3 - x)$ $= 3x[(x - 2) - (3 - x)] = 3x(x - 2 - 3 + x) = 3x(2x - 5)$.

Exercice 2 : / 7 points

Le tableau de variations ci-dessous, incomplet, est celui d'une fonction f .

x	-3	-2	0	2	3	5
f	17	$\searrow$ 0	$\searrow$ -2	$\nearrow$	$\searrow$ 0	$\searrow$

1. Quel est l'ensemble de définition de la fonction f ?

L'ensemble de définition de f est $D_f = [-3; 5]$.

2. Décrire les variations de la fonction f par des phrases.

f est strictement décroissante sur $[-3; 0] \cup [2; 5]$.
 f est strictement croissante sur $[0; 2]$.

3. Compléter, si possible, ce tableau sachant que :

- a. Le minimum de f est -4 .
- b. Le maximum de f est 19 .

x	-3	-2	0	2	3	5
f	17	$\searrow$ 0	$\searrow$ -2	$\nearrow$ 19	$\searrow$ 0	$\searrow$ -4

4. On admet, de plus, que $f(\frac{5}{4}) = 0$. En utilisant les informations précédentes, tracer le tableau de signes de la fonction f sur son ensemble de définition. On ne demande pas de justification.

x	-3	-2	$\frac{5}{4}$	3	5
$f(x)$	+	0	-	0	-

5. Comparer, si possible, les valeurs suivantes :

a. $f(3)$ et $f(-1)$

b. $f(3, 5)$ et $f(4)$

a. $f(-1) \in [-2; 0]$ et $f(-1) \neq 0$
 $f(3) = 0$
Donc $f(-1) < f(3)$

b. f est strictement décroissante sur $[3; 5]$.
De plus, $3, 5 < 4$ donc $f(3, 5) > f(4)$.

6. En utilisant les données du tableau de variations, compléter les phrases suivantes (on ne demande pas de justifier la réponse) :

a. L'équation $f(x) = -9$ admet 0 solutions.

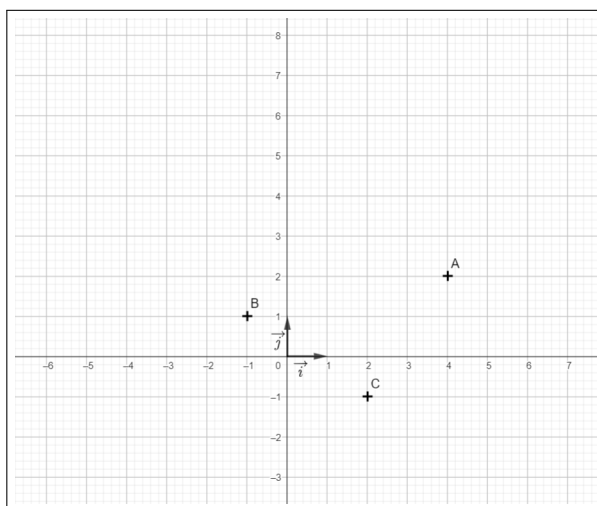
b. L'équation $f(x) = 4$ admet 3 solutions.

7. Alain affirme que $f(-1) = -4, 3$. Est-ce possible ? Justifier la réponse.

$f(-1) \in [-2; 0]$ donc cela ne peut pas être possible.

Exercice 3 : / 5 points

Dans le repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ci-dessous, on considère les points $A(4; 2)$, $B(-1; 1)$ et $C(2; -1)$.



1. Montrer que le triangle ABC est isocèle en C .

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(2 - 4)^2 + (-1 - 2)^2} = \sqrt{(-2)^2 + (-3)^2} = \sqrt{4 + 9} = \sqrt{13}.$$

$$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(2 + 1)^2 + (-1 - 1)^2} = \sqrt{(3)^2 + (-2)^2} = \sqrt{9 + 4} = \sqrt{13}.$$

$AC = BC$ donc ABC est un triangle isocèle en C .

2. Soit E le point tel que $\overrightarrow{AD} = -3\overrightarrow{BC}$.

Déterminer les coordonnées du point D .

On note $(x_D; y_D)$ les coordonnées du point D .

$$\overrightarrow{AD} \begin{pmatrix} x_D - x_A \\ y_D - y_A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_D - 4 \\ y_D - 2 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} x_C - x_B \\ y_C - y_B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 + 1 \\ -1 - 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} \text{ donc } -3\overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} -3 \times 3 \\ -3 \times -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -9 \\ 6 \end{pmatrix}$$

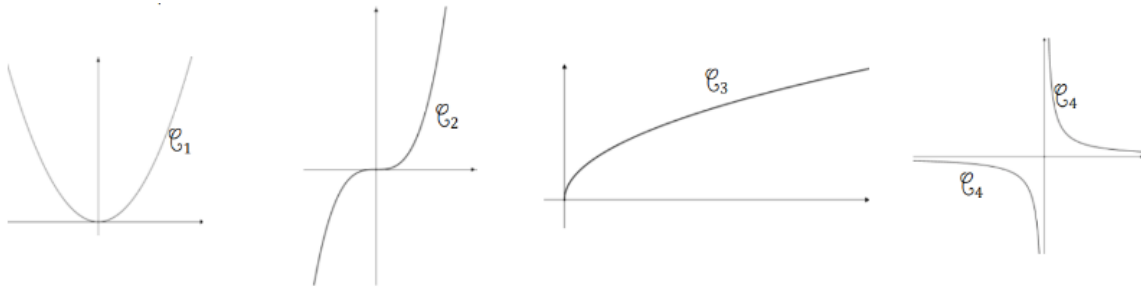
Comme $\overrightarrow{AD} = -3\overrightarrow{BC}$, on a $x_D - 4 = -9$ et $y_D - 2 = 6$.

$$x_D - 4 = -9 \iff x_D = -5 \text{ et } y_D - 2 = 6 \iff y_D = 8.$$

Finalement, $D(-5; 8)$.

Exercice 4 : / 5 points

1. Chacune des courbes $\mathcal{C}_1$ à $\mathcal{C}_4$ ci-dessous représente une fonction de référence. Pour chacune, préciser quelle fonction de référence elle représente.



La courbe $\mathcal{C}_1$ représente la fonction carrée.
La courbe $\mathcal{C}_2$ représente la fonction cube.
La courbe $\mathcal{C}_3$ représente la fonction racine carrée.
La courbe $\mathcal{C}_4$ représente la fonction inverse.

2. En utilisant un raisonnement à support graphique, résoudre chacune des équations ou inéquations suivantes :

- | | | |
|---------------|-------------------|--------------------------|
| a. $x^2 = 7$ | c. $\sqrt{x} < 7$ | e. $3x^2 + 8 = 1$ |
| b. $x^2 > 16$ | d. $x^3 = 8$ | f. $3\sqrt{x} - 8 = 1$. |

- a. $x^2 = 7 \iff x = \sqrt{7}$ ou $x = -\sqrt{7}$ $S = \{-\sqrt{7}; \sqrt{7}\}$
b. $x^2 > 16 \iff x < -\sqrt{16}$ ou $x > \sqrt{16} \iff x < -4$ ou $x > 4$ $S =]-\infty; -4[\cup]4; +\infty[$
c. $\sqrt{x} < 7 \iff 0 \leq x < 49$ $S = [0; 49[$
d. $x^3 = 8 \iff x = 2$ $S = \{2\}$
e. $3x^2 + 8 = 1 \iff x^2 = -\frac{7}{3}$ $S = \emptyset$
f. $3\sqrt{x} - 8 = 1 \iff \sqrt{x} = 3 \iff x = 9$ $S = \{9\}$.

3. Soit x un réel tel que $-2 < x \leq 4$.

Déterminer l'encadrement de x^2 le plus précis que l'on peut en déduire. Justifier votre réponse.

$-2 < x \leq 4$ donc $0 \leq x^2 \leq 16$ car 0 est le minimum et 16 est le maximum de la fonction carrée sur $[-2; 4]$.

BONUS : Déterminer l'encadrement de x^3 le plus précis que l'on peut en déduire. Justifier votre réponse.

$-2 < x \leq 4$ donc $-8 < x^3 \leq 64$ car la fonction cube est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.