

CORRECTION DU DEVOIR SURVEILLÉ NUMÉRO 2 - Sujet A

Exercice 1 : / 5 points

1. Développer et réduire l'expression suivante : $\frac{2}{5}(x-5)^2 + 8$.

$$\frac{2}{5}(x-5)^2 + 8 = \frac{2}{5}(x^2 - 2 \times x \times 5 + 5^2) + 8 = \frac{2}{5}(x^2 - 10x + 25) + 8 = \frac{2}{5}x^2 - \frac{2}{5} \times 10x + \frac{2}{5} \times 25 + 8$$

$$= \frac{2}{5}x^2 - 4x + 10 + 8 = \frac{2}{5}x^2 - 4x + 18$$

2. Factoriser en produits de facteurs du premier degré l'expression suivante $(x-3)(4x+7) - (3-2x)(x-3)$.

$$(x-3)(4x+7) - (3-2x)(x-3) = (x-3)[(4x+7) - (3-2x)] = (x-3)(4x+7-3+2x) = (x-3)(6x+4).$$

3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : $4x-1 < 7x+2$.

$$4x-1 < 7x+2 \iff 4x-7x < 2+1 \iff -3x < 3 \iff x > \frac{3}{-3} \iff x > -1$$

$$S =]-1; +\infty[.$$

4. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 5 - 7x$.

a. Calculer l'image de -4 par f .

b. Déterminer le ou les antécédents de -16 par f .

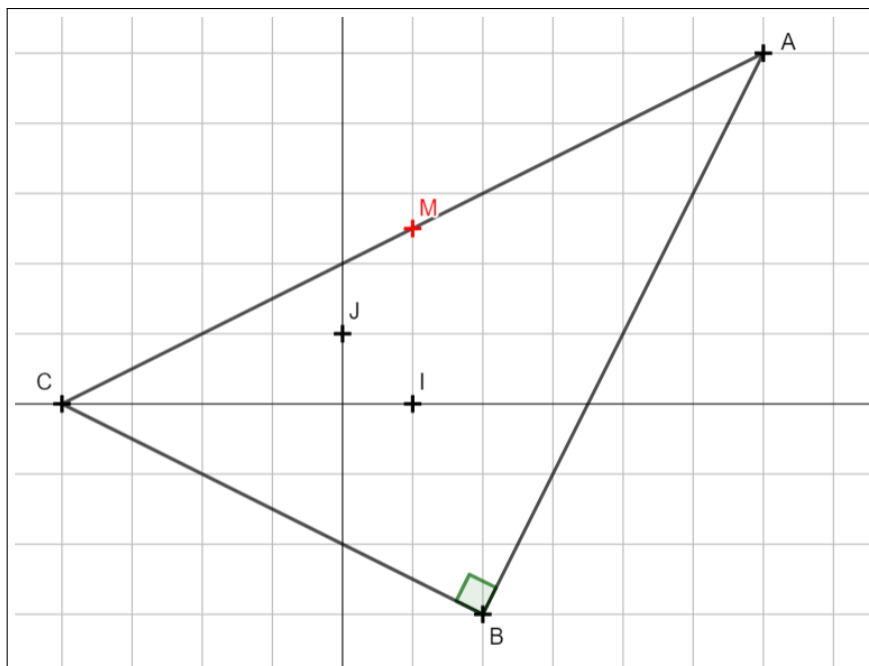
$$\text{a. } f(-4) = 5 - 7 \times (-4) = 5 + 28 = 33 \text{ donc l'image de } -4 \text{ par } f \text{ est } 33.$$

$$\text{b. } f(x) = -16 \iff 5 - 7x = -16 \iff -7x = -21 \iff x = 3 \text{ donc l'antécédent de } -16 \text{ par } f \text{ est } 3.$$

Exercice 2 : / 7 points

On se place dans le repère orthonormé $(O; I, J)$ suivant.

Ce dernier sera à compléter tout au long de l'avancée de l'exercice.



1. Placer dans le repère $(O; I, J)$ les points suivant : $A(6; 5)$; $B(2; -3)$ et $C(-4; 0)$.

Dans le repère.

2. Soit M le milieu de $[AC]$. Calculer les coordonnées de M dans le repère $(O; I, J)$ puis placer ce point dans ce repère.

$$x_M = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{6 + (-4)}{2} = \frac{2}{2} = 1 \text{ et } y_M = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{5 + 0}{2} = \frac{5}{2}.$$

Donc $M(1; \frac{5}{2})$.

3. Calculer la valeur exacte de la longueur AB . On écrira le résultat sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des entiers, et b est le plus petit possible.

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(2 - 6)^2 + (-3 - 5)^2} = \sqrt{(-4)^2 + (-8)^2} = \sqrt{16 + 64} = \sqrt{80} = \sqrt{2 \times 4 \times 2 \times 5} = \sqrt{2^2 \times 2^2 \times 5} = 2 \times 2 \times \sqrt{5} = 4\sqrt{5}.$$

4. On admet que $AC = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$ et $BC = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$. Démontrer que le triangle ABC est rectangle.

D'une part, $AC = 5\sqrt{5}$ donc $AC^2 = (5\sqrt{5})^2 = 25 \times 5 = 125$.

D'autre part, $AB = 4\sqrt{5}$ et $BC = 3\sqrt{5}$ donc $AB^2 + BC^2 = (4\sqrt{5})^2 + (3\sqrt{5})^2 = 16 \times 5 + 9 \times 5 = 25 \times 5 = 125$.

Finalement, on a $AC^2 = AB^2 + BC^2$ donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B .

Exercice 3 : / 5 points

Un photographe propose deux formules pour tirer sur papier des photos numériques.

Avec la formule f , on paie 0,15 € chaque tirage.

Avec la formule g , on paie d'abord un forfait de 12 € et chaque tirage ne vaut que 0,09 €.

A partir de combien de tirages a-t-on intérêt à choisir la formule avec forfait ?

On cherche x le nombre de tirages à partir duquel on a intérêt à choisir la formule avec forfait.

Avec la formule f , pour x tirages on paie 0,15 x .

Avec la formule g , pour x tirages on paie 12 + 0,09 x .

Ainsi, on cherche x tel que 0,15 $x > 12 + 0,09x$.

$$0,15x > 12 + 0,09x \iff 0,06x > 12 \iff x > \frac{12}{0,06} \iff x > 200.$$

Finalement, il faut effectuer au moins 201 tirages pour que la formule g soit la plus intéressante.

Exercice 4 : / 3 points

Dans cette partie, on s'intéresse à l'intervalle $I =]-3; 3, 9]$.

1. Citer tous les nombres entiers relatifs appartenant à l'intervalle I .

Les nombres entiers relatifs appartenant à l'intervalle I sont $-2, -1, 0, 1, 2$ et 3 .

2. Citer deux nombres rationnels, non décimaux appartenant à l'intervalle I .

Deux nombres rationnels non décimaux appartenant à l'intervalle I : $\frac{1}{6}$ et $\frac{2}{3}$.

3. Citer deux nombres irrationnels appartenant à l'intervalle I .

Deux nombres irrationnels appartenant à l'intervalle I : $\sqrt{2}$ et π .

4. Soit $J =]-\infty; 1]$.

a. Représenter les intervalles I et J sur une droite graduée.



b. Écrire $I \cap J$ sous la forme d'un intervalle si cela est possible.

$$I \cap J =] - 3; 1]$$

c. Écrire $I \cup J$ sous la forme d'un intervalle si cela est possible.

$$I \cup J =] - \infty; 3, 9]$$