

CORRECTION DU DEVOIR SURVEILLÉ NUMÉRO 1

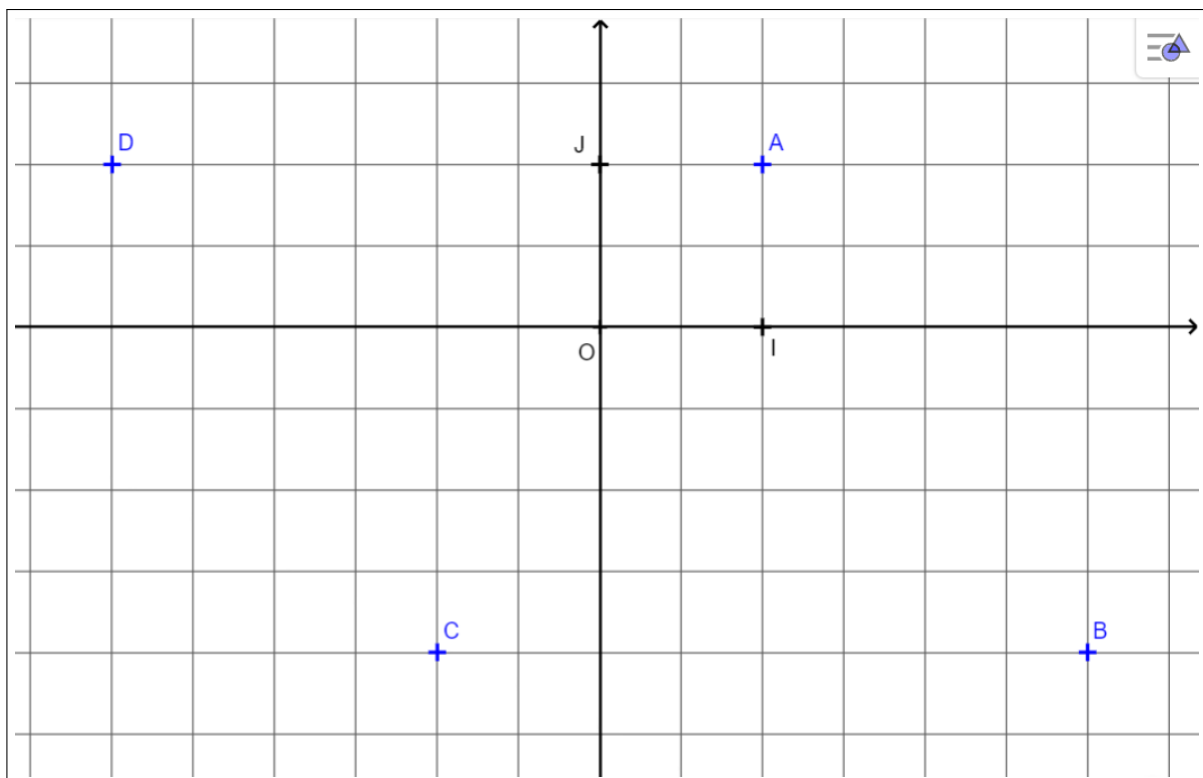
Exercice 1 : / 2,5 points

Compléter chaque case du tableau ci-contre par les symboles $\in$ et $\notin$ en prenant exemple sur la première ligne. **Aucune justification** n'est demandée.

	N	Z	D	Q	R
-2	$\notin$	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$
$\frac{1}{3}$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\in$	$\in$
$-\frac{2}{10^{-3}}$	$\notin$	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$
π	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\in$
2547	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$
4×10^2	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$

Exercice 2 : / 7 points

On considère le repère orthogonal (O;I,J) ci-dessous.



1) a. Déterminer les coordonnées des points A, B et C.

$A(1; 1)$, $B(3; -2)$ et $C(-1; -2)$.

b. Déterminer la longueur du segment [AB].

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(3 - 1)^2 + (-2 - 1)^2} = \sqrt{2^2 + (-3)^2} = \sqrt{4 + 9} = \sqrt{13}.$$

c. Déterminer la longueur du segment [AC].

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(-1 - 1)^2 + (-2 - 1)^2} = \sqrt{(-2)^2 + (-3)^2} = \sqrt{4 + 9} = \sqrt{13}.$$

d. En déduire que le triangle ABC est isocèle en A .

D'après les questions b. et c., on a $AB = AC$ donc ABC est isocèle en A .

2) a. Déterminer les coordonnées du point D .

$$D(-3; 1)$$

b. Déterminer, par le calcul, les coordonnées du milieu du segment $[AC]$, que l'on notera M .

$$x_M = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{1-1}{2} = 0 \text{ et } y_M = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{1-2}{2} = -\frac{1}{2}.$$

Donc $M(0; -\frac{1}{2})$.

c. Déterminer, par le calcul, les coordonnées du milieu du segment $[BD]$, que l'on notera N .

$$x_N = \frac{x_B + x_D}{2} = \frac{3-3}{2} = 0 \text{ et } y_N = \frac{y_B + y_D}{2} = \frac{-2+1}{2} = -\frac{1}{2}.$$

Donc $N(0; -\frac{1}{2})$.

d. En déduire que le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme.

D'après les questions b. et c., les points M et N , milieux respectifs de $[AC]$ et $[BD]$, ont les mêmes coordonnées. Ainsi, les diagonales $[AC]$ et $[BD]$ du quadrilatère $ABCD$ se coupent en leur milieu. $ABCD$ est donc un parallélogramme.

Exercice 3 : / 5 points

1) **Simplifier** les expressions suivantes.

a) $\frac{3^8 \times 3^{-5}}{3^{-2}}$

$$\frac{3^8 \times 3^{-5}}{3^{-2}} = \frac{3^{8-5}}{3^{-2}} = \frac{3^3}{3^{-2}} = 3^{3-(-2)} = 3^5.$$

b) $\frac{(2^3 \times 3^{-2})^2}{2^{-5}}$

$$\frac{(2^3 \times 3^{-2})^2}{2^{-5}} = \frac{2^{3 \times 2} \times 3^{-2 \times 2}}{2^{-5}} = \frac{2^6 \times 3^{-4}}{2^{-5}} = 2^{6-(-5)} \times 3^{-4} = 2^{11} \times 3^{-4}.$$

c) $\frac{5^3 \times 4^{-5} \times 7^{-2}}{4^2 \times 5^{-2} \times 7^{-3}}$

$$\frac{5^3 \times 4^{-5} \times 7^{-2}}{4^2 \times 5^{-2} \times 7^{-3}} = 5^{3-(-2)} \times 4^{-5-2} \times 7^{-2-(-3)} = 5^5 \times 4^{-7} \times 7.$$

2) Écrire les expressions suivantes sous la forme $a\sqrt{b}$ avec $a \in \mathbb{Z}$ et $b \in \mathbb{N}$ où b est le plus petit possible.

a) $A = 2\sqrt{28} - 3\sqrt{7} + 4\sqrt{63}$.

$$A = 2\sqrt{28} - 3\sqrt{7} + 4\sqrt{63} = 2\sqrt{7 \times 4} - 3\sqrt{7} + 4\sqrt{7 \times 9} = 2\sqrt{7} \times \sqrt{4} - 3\sqrt{7} + 4\sqrt{7} \times \sqrt{9} = 4\sqrt{7} - 3\sqrt{7} + 12\sqrt{7} = (4 - 3 + 12)\sqrt{7} = 13\sqrt{7}.$$

b) $B = 3\sqrt{32} + \sqrt{50} - 5\sqrt{2}$

$$B = 3\sqrt{32} + \sqrt{50} - 5\sqrt{2} = 3 \times \sqrt{2 \times 16} + \sqrt{2 \times 25} - 5\sqrt{2} = 3\sqrt{2} \times \sqrt{16} + \sqrt{2} \times \sqrt{25} - 5\sqrt{2} = 12\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 5\sqrt{2} = 12\sqrt{2}.$$

Exercice 4 : / 5,5 points

On considère le plan muni d'un repère orthonormé $(O; I, J)$ et les points : $A(-\frac{1}{3}; 3)$, $B(-2; 2)$ et $C(1; -2)$.

Déterminer les coordonnées de l'unique point D du plan afin que le quadrilatère $ABCD$ soit un parallélogramme.

Soit $D(x_D; y_D)$ l'unique point tel que $ABCD$ est un parallélogramme.

On note M le milieu de $[AC]$.

$$\begin{aligned}x_M &= \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{-\frac{1}{3} + 1}{2} = \frac{-\frac{1}{3} + \frac{3}{3}}{2} = \frac{\frac{2}{3}}{2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}. \\y_M &= \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{3 - 2}{2} = \frac{1}{2}. \\ \text{Donc } M &(\frac{1}{3}; \frac{1}{2}).\end{aligned}$$

On note N le milieu de $[BD]$.

$$\begin{aligned}x_N &= \frac{x_B + x_D}{2} = \frac{-2 + x_D}{2} \\y_N &= \frac{y_B + y_D}{2} = \frac{2 + y_D}{2} \\ \text{Donc } N &(\frac{-2 + x_D}{2}; \frac{2 + y_D}{2}).\end{aligned}$$

$ABCD$ est un parallélogramme donc ses diagonales $[AC]$ et $[BD]$ se coupent en leur milieu donc M et N ont les mêmes coordonnées.

Ainsi on a :

$$\begin{array}{ll}x_M = x_N & y_M = y_N \\ \frac{1}{3} = \frac{-2 + x_D}{2} & \frac{1}{2} = \frac{2 + y_D}{2} \\ \frac{1}{3} = -2 + x_D & \frac{1}{2} = 2 + y_D \\ \frac{1}{3} + 2 = x_D & 1 - 2 = y_D \\ x_D = \frac{8}{3} & y_D = -1\end{array}$$

Finalement, $D(\frac{8}{3}; -1)$.