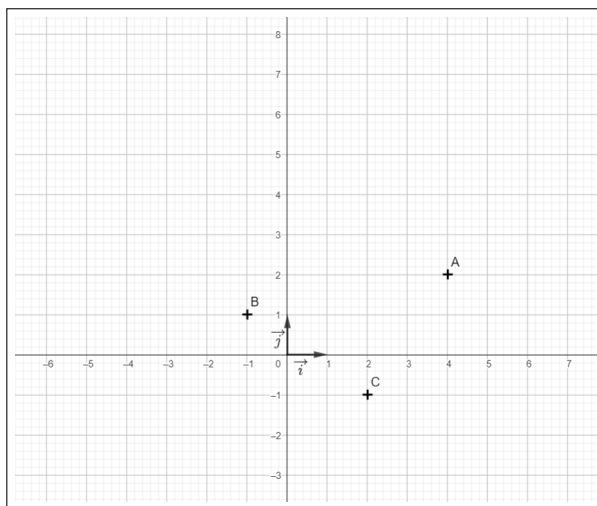


CORRECTION DEVOIR SURVEILLÉ NUMÉRO 4 - Sujet A

Exercice 1 : / 5 points

Dans le repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ci-dessous, on considère les points $A(4; 2)$, $B(-1; 1)$ et $C(2; -1)$.



1. Montrer que le triangle ABC est isocèle en C .

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(2 - 4)^2 + (-1 - 2)^2} = \sqrt{(-2)^2 + (-3)^2} = \sqrt{4 + 9} = \sqrt{13}.$$

$$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(2 + 1)^2 + (-1 - 1)^2} = \sqrt{(3)^2 + (-2)^2} = \sqrt{9 + 4} = \sqrt{13}.$$

$AC = BC$ donc ABC est un triangle isocèle en C .

2. Soit D le point tel que $\overrightarrow{AD} = -2\overrightarrow{BC}$. Déterminer les coordonnées du point D .

On note $(x_D; y_D)$ les coordonnées du point D .

$$\overrightarrow{AD} \begin{pmatrix} x_D - x_A \\ y_D - y_A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_D - 4 \\ y_D - 2 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} x_C - x_B \\ y_C - y_B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 + 1 \\ -1 - 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} \text{ donc } -2\overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} -2 \times 3 \\ -2 \times -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -6 \\ 4 \end{pmatrix}$$

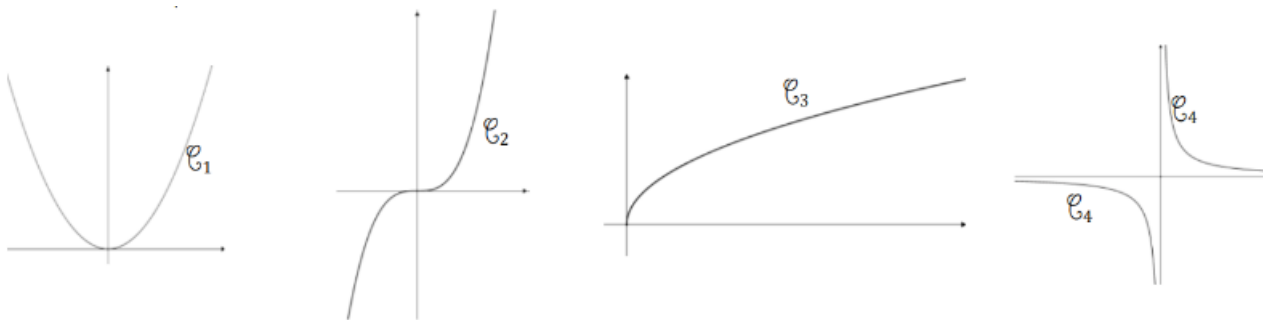
Comme $\overrightarrow{AD} = -2\overrightarrow{BC}$, on a $x_D - 4 = -6$ et $y_D - 2 = 4$.

$$x_D - 4 = -6 \iff x_D = -2 \text{ et } y_D - 2 = 4 \iff y_D = 6.$$

Finalement, $D(-2; 6)$.

Exercice 2 : / 5 points

1. Chacune des courbes $\mathcal{C}_1$ à $\mathcal{C}_4$ ci-dessous représente une fonction de référence. Pour chacune, préciser quelle fonction de référence elle représente.



La courbe $\mathcal{C}_1$ représente la fonction carrée.
 La courbe $\mathcal{C}_2$ représente la fonction cube.
 La courbe $\mathcal{C}_3$ représente la fonction racine carrée.
 La courbe $\mathcal{C}_4$ représente la fonction inverse.

2. En utilisant un raisonnement à support graphique, résoudre chacune des équations ou inéquations suivantes :

- | | | |
|---------------|-------------------|--------------------------|
| a. $x^2 = 5$ | c. $\sqrt{x} < 5$ | e. $3x^2 + 8 = 1$ |
| b. $x^2 > 25$ | d. $x^3 = 8$ | f. $3\sqrt{x} - 8 = 1$. |

- a. $x^2 = 5 \iff x = \sqrt{5}$ ou $x = -\sqrt{5}$ $S = \{-\sqrt{5}; \sqrt{5}\}$
 b. $x^2 > 25 \iff x < -\sqrt{25}$ ou $x > \sqrt{25} \iff x < -5$ ou $x > 5$ $S =]-\infty; -5[\cup]5; +\infty[$
 c. $\sqrt{x} < 5 \iff 0 \leq x < 25$ $S = [0; 25[$
 d. $x^3 = 8 \iff x = 2$ $S = \{2\}$
 e. $3x^2 + 8 = 1 \iff x^2 = -\frac{7}{3}$ $S = \emptyset$
 f. $3\sqrt{x} - 8 = 1 \iff \sqrt{x} = 3 \iff x = 9$ $S = \{9\}$.

3. Soit x un réel tel que $-2 < x \leq 4$

Déterminer l'encadrement de x^2 le plus précis que l'on peut en déduire. Justifier votre réponse.

$-2 < x \leq 4$ donc $0 \leq x^2 \leq 16$ car 0 est le minimum et 16 est le maximum de la fonction carrée sur $[-2; 4]$.

BONUS : Déterminer l'encadrement de x^3 le plus précis que l'on peut en déduire. Justifier votre réponse.

$-2 < x \leq 4$ donc $-8 < x^3 \leq 64$ car la fonction cube est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

Exercice 3 : / 3 points

- Résoudre l'équation : $x(5 - x)(4x - 1) = 0$.
- Résoudre l'inéquation suivante : $3x - 8 > 6 + 74x$.
- Factoriser l'expression suivante : $3x(x - 2) - x(9 - 3x)$.

- $x(5 - x)(4x - 1) = 0 \iff x = 0$ ou $x = 5$ ou $x = \frac{1}{4}$. Donc $S = \{0; \frac{1}{4}; 5\}$.
- $3x - 8 > 6 + 74x \iff -4x > 14 \iff x < \frac{14}{4} \iff x < \frac{7}{2}$. Donc $S =]-\infty; \frac{7}{2}[$.
- $3x(x - 2) - x(9 - 3x) = 3x(x - 2) - x \times 3(3 - x) = 3x(x - 2) - 3x(3 - x)$
 $= 3x[(x - 2) - (3 - x)] = 3x(x - 2 - 3 + x) = 3x(2x - 5)$.

Le tableau de variations ci-dessous, incomplet, est celui d'une fonction f .

x	-3	-2	0	2	3	5
f	17	$\searrow 0$	-2	$\nearrow$	$\searrow 0$	

- L'ensemble de définition de f est $D_f = [-3; 5]$.

- | |
|---|
| f est strictement décroissante sur $[-3; 0] \cup [2; 5]$.
f est strictement croissante sur $[0; 2]$. |
|---|

- | | | | | | | |
|-----|------|------|------|------|-----|------|
| x | -3 | -2 | 0 | 2 | 3 | 5 |
| f | 17 | 0 | -2 | 20 | 0 | -3 |

- | | | | | | | | |
|--------|------|------|---------------|-----|-----|-----|-----|
| x | -3 | -2 | $\frac{5}{4}$ | 3 | 5 | | |
| $f(x)$ | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ | 0 | $-$ |

- a. $f(-2)$ et $f(4)$
- b. $f(0,5)$ et $f(1)$

- a. $f(-2) = 0$
 $f(4) \in [-4; 0]$ et $f(4) \neq 0$
Donc $f(4) < f(-2)$
- b. f est strictement croissante sur $[0; 2]$.
De plus, $0,5 < 1$ donc $f(0,5) < f(1)$.

- a. L'équation $f(x) = 3$ admet 3 solutions. b. L'équation $f(x) = -15$ admet 0 solution.

-
- $f(-1) \in [-2; 0]$ donc cela ne peut pas être possible.