

Exercice sur les suites numériques

Dans l'Indes antique, un roi voulut récompenser un de ses sujets, inventeur du jeu d'échec, lui accordant ce qu'il désirait ; ledit sujet fit une demande qui sembla relativement modeste : il demanda qu'on lui apporte un échiquier sur lequel on aurait placé un grain de riz sur la première case, deux sur la deuxième, 4 sur la troisième, 8 sur la quatrième, et ainsi de suite en doublant le nombre de grains de riz d'une case à la suivante.

Remarque : il existe différentes versions de cette légende, l'histoire se passant dans un autre pays, éventuellement avec des grains de blé.

On rappelle qu'il y a 64 cases sur un échiquier (8 lignes et 8 colonnes), et que les réponses doivent être justifiées.

1. Modéliser le nombre de grains de riz par une suite (il faut modéliser correctement cette suite en la définissant précisément) ; quelle est la nature de cette suite ?
2. Combien y a t'il de grains de riz sur la dernière case ?
3. Combien y a t'il de grains de riz sur l'ensemble de l'échiquier ?
4. En profitant que vous soyez théoriquement chez vous avec un paquet de riz, mesurer les tailles d'une dizaine de grains de riz et faites une moyenne de la taille (sinon, on peut prendre une longueur moyenne de 5 mm).
5. En continuant de profiter de la situation, mesurer la masse d'un grain de riz (il en faut une centaine...) ; faute de matériel expérimental, de courage ou de temps, on peut prendre une masse moyenne de 1 kg pour 50 000 grains.
6. Quelle masse de riz y a t'il sur l'échiquier ? Sachant que la production mondiale de riz (actuellement) est de l'ordre de 800 millions de tonnes, combien d'années de production faut-il pour remplir l'échiquier ?
7. Si on met chaque grain de riz bout à bout (dans le sens de la longueur), quelle sera la longueur de la chaîne ? Combien de fois le trajet Terre - Soleil cela représente-t-il ?
8. On peut extrapoler cet exemple à un cas de propagation de maladie ; on approxime dans cet exemple un virus qui se propage ; au jour 1, il y a 100 personnes infectées et le nombre de cas double tous les deux jours (ce qui signifie que chaque personne malade en contamine une autre tous les deux jours). Si l'évolution continue et sans tenir compte des décès et guérisons, en combien de temps la population française sera-t-elle totalement infectée ?
9. En prenant le même modèle, combien de temps faut-il pour infecter toute la population mondiale ?
10. Le 16 mars 2020, la France comptabilisait 6633 cas détectés, et ce nombre doublait tous les trois jours. En combien de temps la population entière aurait-elle été infectée ?
11. Le même jour, il y avait 148 morts causées par le virus. Quelle est le pourcentage de morts dans ce modèle ? Quel aurait été le nombre de morts si toute la population française avait été infectée ?

Ces quatre dernières questions ont pour but de faire comprendre pourquoi une épidémie peut se propager façon extrêmement rapide si les mesures faites pour l'endiguer sont insuffisantes. Ceci dit, ce modèle est excessivement simplifié et ne prend pas en compte de nombreux critères comme le décès ou la guérison des personnes malades qui ne transmettent plus le virus, ou encore l'isolement relatifs des personnes, ...