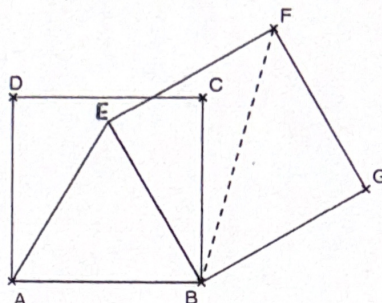


Devoir maison produits scalaires et fonction exponentielle

Exercice 1

On construit un triangle équilatéral AEB de côté égal à 1 et deux carrés $ABCD$ et $BGFE$ comme sur la figure ci-dessous.



1.
 - a. Calculer $\overrightarrow{EA} \cdot \overrightarrow{EB}$
 - b. Calculer $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BE}$ et en déduire $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{BE}$
 - c. Démontrer que le triangle BCG est équilatéral.
 - d. En déduire $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BG}$, puis $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{EF}$
 - e. Calculer $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{EF}$
2.
 - a. A l'aide de la relation de Chasles et des résultats précédents, vérifier que $\overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{BF} = 0$
 - b. En déduire que les points D, E et G sont alignés.
3. On se place maintenant dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$
 - a. Donner les coordonnées exactes des points A, B, D et E .
 - b. En utilisant ces coordonnées calculer le produit scalaire $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{BE}$

Exercice 2

On s'intéresse dans cet exercice à l'évolution du taux d'alcool dans le sang d'un individu après ingestion d'une boisson alcoolisée. Ce taux est donné en $g \cdot L^{-1}$. Une étude sur un jeune homme de 64 kg ayant ingéré une dose de 33g d'alcool a permis d'établir que le taux d'alcool dans son sang, en fonction du temps t en heure, est donné par la fonction f définie sur $[0,025; +\infty[$ par :

$$f(t) = (2t - 0,05)e^{-t}.$$

1. Montrer que l'expression de la dérivée de la fonction f est $f'(t) = (-2t + 2,05)e^{-t}$
2. En déduire les variations de la fonction f sur l'intervalle $[0,025; +\infty[$.
3. En déduire la valeur exacte, puis une valeur approchée au centième du taux maximum d'alcool dans le sang de ce jeune homme.

Exercice 3

1. Simplifier au maximum les expressions suivantes :

$$A = \frac{(e^3)^4}{e^{-4}}$$

$$B = e^{3x-1} \times e^{-4x+5}$$

$$C = \frac{e^{x^2-3x+1}}{e^{x^2+2}}$$

2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes :

- a. $(5+x)(e^{3x-1} - 1) = 0$

- b. $(2e^x + 1)(e^{-2x} - 1) < 0$