

Exercices sur la convexité

Exercice 1

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^5 - 5x^4$ et C sa courbe représentative.

1. Justifier que f est deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$ puis que pour tout réel x , $f''(x) = 20x^2(x - 3)$.
2. Dresser en justifiant le tableau de signes de $f''(x)$ sur $\mathbb{R}$.
3. En déduire l'existence d'un unique point d'inflexion A dont on précisera les coordonnées.
4. Étudier enfin la convexité de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

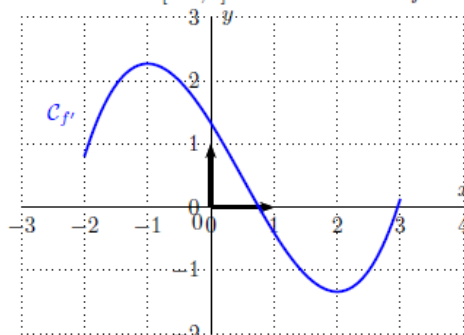
Exercice 2

Soit f la fonction définie sur $[0; 10]$ par $f(x) = (2 - x)e^{2x} - 1$.

1. Déterminer les variations de f sur $[0; 10]$ puis dresser son tableau de variations.
2. Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur $[0; 10]$, puis donner une valeur approchée à 10^{-2} près de α .
3. En déduire le signe de $f(x)$ sur $[0; 10]$.
4. Étudier la convexité de f sur $[0; 10]$.
5. Préciser les coordonnées des éventuels points d'inflexion de la courbe de f .

Exercice 3

On considère une fonction f , définie et dérivable sur $[-2; 3]$ et dont la dérivée f' est représentée ci-dessous :



Déterminer la convexité de f et préciser les abscisses des éventuels points d'inflexion de sa courbe.

Exercice 4

Voici le tableau de variation de la fonction f' d'une fonction f dérivable sur l'intervalle $[-7; 5]$.

x	-7	-2	-1	5
f'	3	0	2	1

- a) Déterminer le sens de variation de f .
- b) Déterminer la convexité de f .

Exercice 5

Voici le tableau de signes de la fonction dérivée seconde f'' d'une fonction f deux fois dérivable sur $[-10; 10]$.

x	-10	-3	1	10	
$f''(x)$	+	0	-	0	+

- a) Déterminer le sens de variation de la fonction dérivée f' de f .
- b) Déterminer la convexité de f ainsi que les abscisses d'éventuels points d'inflexion.

Exercice 6

f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 4$.

- Déterminer le signe de $f''(x)$ suivant les valeurs de x .
- En déduire la convexité de f .

Exercice 7

Soit f la fonction définie sur $[2, 5]$ par $f(x) = \frac{x+4}{x-1}$. On note $\mathcal{C}$ sa courbe dans un repère.

Etudier la position de la tangente à $\mathcal{C}$ en 3 par rapport à la courbe $\mathcal{C}$.

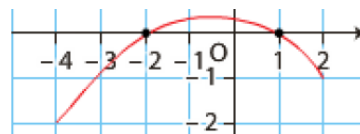
Exercice 8

Une entreprise fabrique des clés USB avec un maximum de 10000 par mois. Le coût de fabrication C (en milliers d'euros) de x milliers de clés produites s'exprime par $C(x) = 0,05x^3 - 1,05x^2 + 8x + 4$.

- A l'aide d'une calculatrice graphique, évaluer la convexité de la fonction C .
En déduire si la courbe possède un point d'inflexion.
- Démontrer ces résultats.
- Interpréter les résultats obtenus.

Exercice 9

f est une fonction deux fois dérivable sur $[-4; 2]$ dont la dérivée f'' est représentée ci-contre. Déterminer la convexité de f et préciser les abscisses des éventuels points d'inflexion.



Exercice 10

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.

Pour chaque question posée, une seule des quatre réponses proposées est exacte.

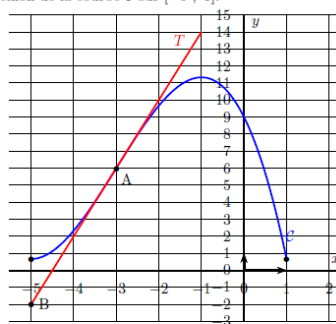
Recopier sur la copie le numéro de la question et indiquer la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Une réponse exacte rapporte 0,5 point. Une réponse fautive ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.

On a représenté dans le repère orthogonal ci-dessous la courbe représentative $\mathcal{C}$ d'une fonction f définie et deux fois dérivable sur l'intervalle $[-5; 1]$.

La droite T est la tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point $A(-3; 6)$ et passe par le point $B(-5; -2)$.

Le point A est l'unique point d'inflexion de la courbe $\mathcal{C}$ sur $[-5; 1]$.



1. On note f' la fonction dérivée de la fonction f . Alors :

- A. $f'(-3) = 6$ B. $f'(-3) = 4$ C. $f'(-3) = \frac{1}{4}$ D. $f'(-3) = \frac{1}{6}$

2. On note f'' la fonction dérivée seconde de la fonction f . Alors :

- A. $f''(-3) = 6$ B. $f''(-3) = 4$ C. $f''(-3) = 0$ D. $f''(-3) = \frac{1}{4}$

3. La fonction f est :

- A. convexe sur $[-5; -3]$ B. convexe sur $[-5; -1]$
C. convexe sur $[-3; 1]$ D. concave sur $[-5; 1]$

4. La fonction dérivée de f est :

- A. décroissante sur $[-3; -1]$ B. croissante sur $[-3; -1]$
C. croissante sur $[-1; 1]$ D. croissante sur $[-5; -1]$