

Classe : Première

Date : 10/10/2025

Durée : 50 minutes

Calculatrice interdite

Interrogation : Inéquations – Systèmes d'équations

Exercice 1 /16

Résoudre les inéquations suivantes :

a) $\frac{(2x-6)(x-2)}{2x^2+3x+1} \geq 0$

On résout $2x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = 3$

Puis $x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$

Et $2x^2 + 3x + 1 = 0$

On calcule le discriminant $\Delta = 1 > 0$

On obtient deux solutions : $x = -1$ et $x = -\frac{1}{2}$

On obtient ainsi le tableau suivant :

x	$-\infty$	-1	$-\frac{1}{2}$	1	3	$+\infty$	
$2x - 6$	$-$	$-$	$-$	$-$	0	$+$	
$x - 2$	$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	
$2x^2 + 3x + 1$	$+$	0	$-$	0	$+$	$+$	
$\frac{(2x - 6)(x - 2)}{2x^2 + 3x + 1}$	$+$	$-$	$+$	0	$-$	0	$+$

On obtient que $x \in]-\infty; -1[\cup]-\frac{1}{2}; 1] \cup [3; +\infty[$

b) $(x+3)(3x^2+x-2) < (x+3)$

Cette équation est équivalente à $(x+3)(3x^2+x-2) - (x+3) < 0$

donc $(x+3)(3x^2+x-2-1) < 0$

donc $(x+3)(3x^2+x-3) < 0$

On résout $x+3=0$ ce qui donne $x=-3$

Puis $3x^2+x-3=0$

On calcule le discriminant $\Delta = 37 > 0$

On obtient deux solutions : $x_1 = \frac{-1-\sqrt{37}}{6}$ et $x_2 = \frac{-1+\sqrt{37}}{6}$

On obtient ainsi le tableau suivant :

x	$-\infty$	-3	x_1	x_2	$+\infty$		
$x + 3$	$-$	0	$+$	$+$	$+$		
$3x^2 + x - 3$	$+$	$+$	0	$-$	0	$+$	
$(x + 3)(3x^2 + x - 3)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

On obtient que $x \in]-\infty; -3[\cup]x_1; x_2[$

c) $\frac{8x-10}{(x+1)} \leq 10 - x$

Cette équation est équivalente à $\frac{8x-10}{(x+1)} - (10 - x) \leq 0$

donc $\frac{8x-10-(10-x)(x+1)}{x+1} \leq 0$

donc $\frac{x^2-x-20}{x+1} \leq 0$

On résout $x + 1 = 0$ ce qui donne $x = -1$

Puis $= 0$

On calcule le discriminant $\Delta = 81 > 0$

On obtient deux solutions : $x_1 = \frac{-1-9}{2} = -4$ et $x_2 = \frac{-1+9}{2} = 5$

On obtient ainsi le tableau suivant :

x	$-\infty$	-4	-1	5	$+\infty$	
$x^2 - x - 20$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
$x + 1$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	
$(x + 3)(3x^2 + x - 3)$	$-$	0	$+$	$-$	0	$+$

On obtient que $x \in]-\infty; -4] \cup]-1; 5]$

Exercice 2 /8

Résoudre le système suivant :

$$(S): \begin{cases} x + 3y = 12 \\ xy - 2x + 2y = 1 \end{cases}$$

$$(S) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 - 3y \\ (12 - 3y)y - 2(12 - 3y) + 2y = 1 \end{cases}$$

$$(S) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 - 3y \\ -3y^2 + 20y - 25 = 0 \end{cases}$$

On résout l'équation $-3y^2 + 20y - 25 = 0$

On calcule le discriminant $\Delta = 100 > 0$ donc l'équation admet 2 solutions :

$$y_1 = \frac{-20-10}{2 \times (-3)} = 5 \text{ et } y_2 = \frac{-20+10}{2 \times (-3)} = \frac{5}{3}$$

On en déduit deux solutions pour x :

$$x_1 = 12 - 3 \times 5 = -3 \text{ et } x_2 = 12 - 3 \times \frac{5}{3} = 7$$

On obtient alors les couples $(x; y)$ solutions du système (S) : $(-3; 5)$ et $(7; \frac{5}{3})$

Exercice 3 /6

Un joueur de rugby tape un coup de pied vers le haut. Le sol est considéré être à la hauteur $h = 0 \text{ m}$.

La hauteur du ballon, en mètres, peut être modélisée par la fonction $h(t) = -5t^2 + 20t + 0,4$.

Le ballon atteindra-t-il la hauteur de 25,4 m ?

Cet exercice peut se résoudre de deux manières différentes.

Première méthode :

$$\text{On résout } -5t^2 + 20t + 0,4 = 25,4$$

$$\text{C'est-à-dire } -5t^2 + 20t - 25 = 0$$

On calcule le discriminant $\Delta = -100 < 0$ donc l'équation n'admet pas de solution réelle.

On en conclut que le ballon n'atteindra pas la hauteur de 25,4 m.

Deuxième méthode :

$$\text{On détermine le moment où le ballon atteint sa hauteur maximale : } t = \frac{-20}{2 \times (-5)} = 2 \text{ s.}$$

$$\text{On en déduit la hauteur maximale du ballon : } h(2) = -5 \times 2^2 + 20 \times 2 + 0,4 = 20,4 \text{ m}$$

La hauteur maximale du ballon est donc de 20,4 m ; il n'atteindra donc pas la hauteur de 25,4 m.