

Travail de groupes 2 : Fonctions

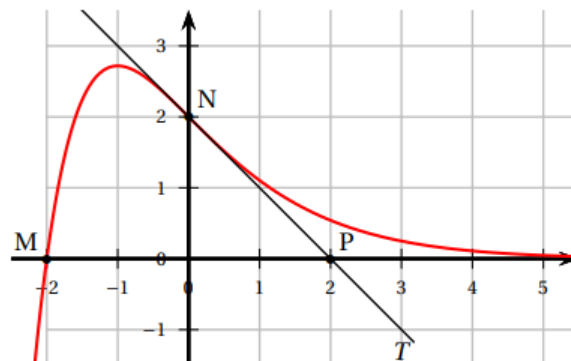
Sauf mention explicite du contraire, toutes les réponses devront être justifiées !

Soit f une fonction définie et deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$. On note f' sa fonction dérivée et f'' sa dérivée seconde.

Dans le repère orthonormé ci-dessous ont été représentés :

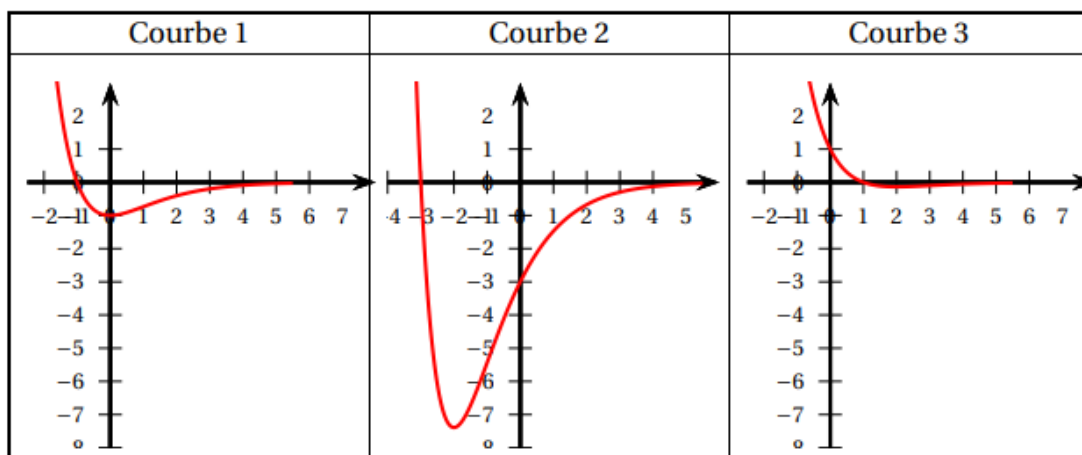
- la courbe représentative C_f de la fonction f ;
- la tangente T à C_f en son point $N(0; 2)$;
- le point $M(-2; 0)$ appartenant à C_f et le point $P(2; 0)$ appartenant à la tangente T .

On précise que la fonction f est strictement positive sur l'intervalle $[0; +\infty[$ et qu'elle est strictement croissante sur l'intervalle $]-\infty; -1]$.



Partie A : étude graphique

1. a. Donner $f(0)$.
b. Déterminer $f'(0)$.
2. Résoudre l'équation $f(x) = 0$.
3. La fonction f est-elle convexe sur $\mathbb{R}$?
4. Parmi les courbes suivantes, indiquer laquelle peut représenter la dérivée de la fonction f sur $\mathbb{R}$.



Partie B : recherche d'une expression algébrique

On admet que la fonction f est de la forme : $f(x) = (ax + b)e^{\lambda x}$ où a, b et λ sont des constantes réelles. Pour répondre aux questions suivantes, on utilisera les résultats de la **partie A**.

1. Justifier que $b = 2$.
2. Justifier que $-2a + b = 0$ puis en déduire la valeur de a .
3. Déterminer une expression algébrique de f .

Partie C : étude algébrique

On admet que la fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x + 2)e^{-x}$.

1. Etudier les variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
2. a. Etudier la convexité de f
b. Préciser les coordonnées des éventuels points d'inflexion de la courbe C_f .
3. Déterminer l'équation de la tangente à C_f au point d'abscisse 1.
4. Démontrer que pour tout réel $x \geq 0$, $e^{-x} \geq \frac{-2x+5}{e(x+2)}$.