

Ce devoir maison, à rédiger individuellement dans des copies doubles (de préférence à petits carreaux), est à rendre le lundi 22/09/25 à 10:00. La première page du DM, comportant nom, prénom, classe et titre du devoir rendu, sera laissée vierge pour les commentaires du correcteur.

Tout retard sera pénalisé. Ainsi, tout devoir non rendu au mercredi 24/09/25 à 10:00 sera pénalisé par la note de 0.

L'évaluation de ce DM se fera avec une appréciation, qui se traduira par une bonus ou par un malus respectivement en cas d'excellent travail ou de travail insuffisant. Ce dernier sera répercuté sur la note du DS N° 1 le cas échéant.

Conseils de rédaction et de préparation du devoir

Vérifiez que votre sujet est bien composé de 2 feuilles, dont les pages sont numérotées de 1 à 4.

Ce travail n'est constitué que d'exercices classiques, hormis l'exercice N° 2 d'analyse dimensionnelle sur la déviation de la lumière par le Soleil. Je vous conseille donc de chercher ce DM seul-e, mis à part l'exercice N°2 pour lequel un travail de groupe pourra être envisagé si vous n'y parvenez pas seul-e.

Soignez la rédaction dans chacune de vos réponses, sans pour autant la surcharger inutilement. Veillez à présenter correctement les calculs (cf. Préliminaires ; relation littérale encadrée, A.N. avec données numérique puis résultat encadré [avec le bon nombre de CS et l'unité de mesure adéquate]).

Je reste à votre disposition à la fin des créneaux de cours ou par courriel à quentin.bouteille@assomption-lyon.org pour toute question relative à ce devoir.

Incertitudes de mesure

Exercice N° 1 : Mesure de la résistance R d'un conducteur ohmique

On dispose d'un conducteur ohmique dont la valeur de résistance donnée par le constructeur est : $R_{\text{ref}} = (1000 \pm 50) \, \Omega$ [$k = 1,68 \%$].

On dispose de deux ohmmètres et on ne possède la notice que d'un des deux ohmmètres. Pour déterminer la valeur de la résistance avec précision, on fait deux séries de mesurages :

- ❶ : Avec l'ohmmètre possédant une notice, on mesure $R = 987.8 \, \Omega$. La précision de l'appareil est donnée par : 0.8 % de la valeur lue plus 4 digits.
- ❷ : Avec l'ohmmètre ne possédant pas de notice, on réalise une série de 10 mesurages, donnée ci-dessous :

Mesure N°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Valeurs de résistance (Ω)	986.1	987.4	988.1	987.0	988.0	987.8	986.9	988.9	987.3	988.2

- 1) **Préciser**, pour chacun des mesurages ❶ et ❷, quel type d'évaluation des incertitudes de mesure (type A ou type B) pourra être effectué. **Justifier**.
- 2)
 - a. **Calculer** l'incertitude-type élargie sur R à un niveau de 95 % pour chacun des mesurages ❶ et ❷.
 - b. **Présenter** le résultat de chacun des mesurages ❶ et ❷ sous la forme d'un intervalle de confiance, avec le nombre de chiffres significatifs qui convient.
- 3) **Préciser**, pour chacun des mesurages ❶ et ❷, si le meilleur estimateur de la valeur mesurée est compatible avec la valeur de référence fournie par le constructeur.
- 4) **Conclure** quant au mesurage le plus précis entre les deux étudiés ici.
- 5) Un second ohmmètre est utilisé pour effectuer à nouveau le mesurage ❶ sur le conducteur ohmique étudié dans cet exercice ; sa précision est analogue à celle de l'ohmmètre utilisé précédemment dans le mesurage ❶. La valeur affichée est à présent de $835.1 \, \Omega$ et le critère de compatibilité métrologique avec la valeur de référence n'est plus respecté. **Proposez** une explication à ce résultat, ainsi qu'un moyen d'étayer votre raisonnement.

Nom et prénom de l'élève :

Chapitre 0 : Rudiments de métrologie

Exercice N° 2 : Déviation de la lumière par le Soleil

Einstein édite en 1915 la théorie de la relativité générale. Il y décrit la gravitation comme une modification de l'espace-temps, prédisant, ainsi, des effets tels que la déviation de la lumière par des corps massifs.

Einstein avait prévu, par exemple, qu'en cas d'éclipse du Soleil, on devait pouvoir observer des étoiles qui auraient dû être occultées par le bord de celui-ci. Cet effet a été observé pour la première fois en 1919 et largement confirmé depuis.

Le but de cet exercice est de déterminer, de manière simple, l'ordre de grandeur de l'angle de déviation d'un rayon lumineux frôlant le Soleil.

Un rayon lumineux arrive au voisinage du Soleil avec un paramètre d'impact noté b (b étant la distance du rayon lumineux rectiligne incident au centre du Soleil). Soient M_S et R_S la masse et le rayon du Soleil, supposé sphérique et homogène. On note c la vitesse de la lumière dans le vide ($c = 3.00 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$) et G la constante de la gravitation universelle ($G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ USI}$).

Données : $M_S = 1.99 \times 10^{30} \text{ kg}$; $R_S = 6.96 \times 10^8 \text{ m}$; $60'' = 1'$ [conversion seconde d'arc – minute d'arc] ; $60' = 1^\circ$ [conversion minute d'arc – degré] ; $F = G \frac{mm'}{r^2}$ [norme de la force d'attraction gravitationnelle s'exerçant entre deux masses ponctuelles m et m' distantes d'une distance r]

- 1) **Déterminer** la dimension de la constante de gravitation universelle G .
- 2) **Déterminer**, par analyse dimensionnelle et en choisissant la solution la plus simple, l'expression de l'angle de déviation θ d'un rayon lumineux passant très près du Soleil (soit $b \sim R_S$). Cet angle est une fonction monôme de la célérité de la lumière dans le vide c , de la masse M_S du Soleil, de la constante de gravitation universelle G et du rayon R_S du Soleil. La valeur de la constante adimensionnée K présente dans la relation obtenue par analyse dimensionnelle est prédite par la théorie de la relativité générale d'Einstein : $K = 4.00$.
- 3) **Évaluer** numériquement la valeur de l'angle de déviation θ en radians (rad), puis en secondes d'arc (").

Chapitre 1S.i : Généralités sur les signaux physiques et les ondes

Exercice N° 3 : Effet Doppler

Une onde sinusoïdale de fréquence f se propage dans la direction de (Ox) dans le sens positif de (Ox) avec la célérité c . Un observateur se déplace avec une vitesse $\vec{v} = v\vec{u}_x$ parallèle à (Ox) par rapport au référentiel terrestre dans lequel l'onde est émise.

- 1) **Définir** les trois termes suivants présents dans l'énoncé :
 - a. Onde
 - b. (Onde) sinusoïdale
 - c. (Onde) progressive
- 2) **Écrire** le signal $s(x,t)$ de l'onde en définissant les notations nécessaires.
- 3) Pour l'observateur en mouvement, le point d'abscisse x est repéré par une abscisse le long d'un axe (Ox') qui lui est lié telle que $x' = x - vt$ [origine des axes (Ox) et (Ox') confondues à $t = 0 \text{ s}$]. **Exprimer** l'évolution spatiale $x \mapsto s(x,t)$ du signal transporté par l'onde (à t fixé) en fonction de x' .
- 4) En **déduire** l'expression de la fréquence f' pour l'observateur en mouvement. **Comparer** f' et f en fonction du signe de v .
- 5) Vous marchez dans la rue et un camion de pompier, sirène en marche, arrive de derrière et vous dépasse. **Décrivez** votre sensation auditive. **Justifier**.

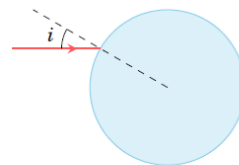
Chapitre 1S.ii : De la dualité onde particule de la lumière

Exercice N° 4 : Le phénomène d'arc-en-ciel

Pour simplifier le problème, les angles considérés dans ce problème ne seront pas orientés : les mesures des angles d'incidence i et de réfraction r seront comprises entre 0° et $+90^\circ$. Néanmoins, des différences d'angles seront bien à effectuer pour calculer les déviations angulaires (cf. compléments ci-après). Le sens horaire est alors considéré, pour les déviations, comme le sens direct pour la mesure des angles orientés de déviation.

Le but du problème est de donner une explication du phénomène de l'arc en ciel dans le cadre de l'optique géométrique. Ce phénomène apparaît lorsque le soleil éclaire une zone humide de l'atmosphère (des gouttes d'eau en suspension dans l'air).

Considérons une goutte d'eau sphérique d'indice $n > 1$ et un rayon lumineux monochromatique incident. On note i l'angle d'incidence du rayon incident, r le premier angle de réfraction et i'_N l'angle de réfraction du rayon émergent après N réflexions internes. On prendra l'indice de l'air égal à 1.

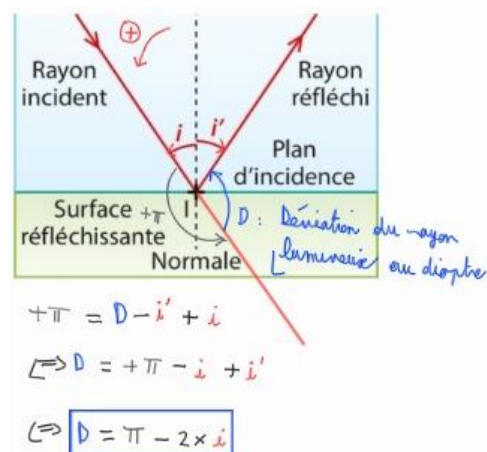


1. Tracer le chemin du rayon après 2 réflexions internes. Peut-il y avoir un phénomène de réflexion totale?
2. Exprimer i'_N en fonction de i .
3. Après N réflexions internes, le rayon sort en ayant tourné par rapport à la direction incidente d'un angle D_N défini positif. Exprimer D_N en fonction de i , r et N .

Compléments pour la question 3. :

Rappelons que la déviation angulaire d'un rayon lumineux à un dioptre est l'écart angulaire algébrique entre le rayon incident et le rayon considéré (compté positivement dans le sens trigonométrique, et négativement sinon).

Ainsi, avec la figure ci-contre, la déviation d'un rayon réfléchi (d'angle de réflexion i') par rapport au rayon incident (d'angle de réflexion i) est : $D = \pi - 2i$.



4. On admet que lorsque i décrit $[0, \pi/2]$, la déviation passe par un minimum que l'on note D_N^m . Montrer que l'angle d'incidence i_N^m correspondant à ce minimum vérifie

$$\cos^2 i_N^m = \frac{n^2 - 1}{(1 + N)^2 - 1}$$

Compléments mathématiques pour la question 4. :

En mathématiques, la dérivée d'une fonction composée $x \mapsto (f \circ g)(x) = f(g(x))$ par rapport à la variable x est :

$$(f \circ g)'(x) = g'(x) \times (f' \circ g)(x)$$

Ainsi, avec $i \mapsto \sin r(i) = (\sin \circ r)(i)$, la dérivée de la fonction composée $\sin r$ par rapport à la variable i est : $\frac{d(\sin r)}{di} = (\sin \circ r)'(i) = r'(i) \times (\sin' \circ r)(i) = r'(i) \times (\cos \circ r)(i) = r'(i) \times \cos r$.

Par ailleurs, un moyen de retrouver facilement les dérivées des fonction trigonométrique consiste à passer par l'exponentielle complexe : $\exp ix = \cos x + i \sin x$, donc $\frac{d(\exp ix)}{dx} = \frac{d(\cos x)}{dx} + i \frac{d(\sin x)}{dx} = i \exp ix = -\sin x + i \cos x$, d'où : $\frac{d(\cos x)}{dx} = -\sin x$ et

$$\frac{d(\sin x)}{dx} = \cos x.$$

On considère un Soleil ponctuel à l'infini envoyant des rayons parallèles sur un ensemble de gouttes réparties uniformément dans l'espace. De plus, on néglige pour l'instant le phénomène de dispersion : on prendra $n = 1,33$.

5. Calculer D_N^m et i_N^m pour $N = 1$ et $N = 2$. On donnera les résultats en degrés.
6. La présence d'un minimum de déviation implique que bien que les rayons arrivent avec un angle d'incidence compris entre 0 et $\pi/2$, les rayons émergeant se concentrent au voisinage de la déviation minimale d'où une amplification de l'intensité lumineuse dans cette direction. On peut alors considérer que le phénomène prépondérant est produit par les rayons qui sortent avec l'angle i_N^m .
Comment doit-être placé l'observateur pour recevoir les rayons déviés du soleil. Montrer qu'un observateur situé au point O doit voir N arcs-en-ciel (on fera un schéma explicatif).
7. En réalité on ne voit que deux arcs-en-ciel (ordre 1 et 2 correspondant aux cas $N = 1$ et $N = 2$). Pourquoi ?

Pour ceux qui veulent aller plus loin [questions 8. à 12. de cet exercice facultatives] :

On tient compte maintenant de la dispersion. On a , pour une radiation rouge, $n_r = 1,332$ et, pour une radiation bleue, $n_b = 1,345$.

8. Calculer D_1^m et i_1^m pour une radiation rouge et bleue.
9. En déduire la disposition des couleurs dans l'arc d'ordre 1.
10. Calculer D_2^m et i_2^m pour une radiation rouge et bleue. On donnera les résultats en degrés.
11. En déduire la disposition des couleurs dans l'arc d'ordre 2.
12. Quel est l'arc le plus « épais » (angulairement parlant).

Fin du DM
