

Exercices sur la continuité et le corollaire des valeurs intermédiaires

Exercice 1

- a) Montrer que l'équation $x^3 - 3x - 3 = 0$ admet une solution unique dans l'intervalle $[2, 3]$.
- b) En donner (par balayage ou dichotomie) un encadrement d'amplitude inférieure ou égale à 10^{-1} .

Exercice 2

- I) Soit la fonction $P(x) = x^3 + x + 1$.
 - a) Montrer qu'il existe un unique réel α tel que $P(\alpha) = 0$.
 - b) Donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-1} .
- II) Soit la fonction $f(x) = 6x^5 + 10x^3 + 15x^2 - 30$.
 - a) Calculer f' . Etudier son signe en fonction de x .
 - b) Dresser le tableau de variation de f .

Exercice 3

- I) Soit la fonction $g(x) = x^3 + 3x - 2$.
 - a) Montrer qu'il existe un unique réel α tel que $g(\alpha) = 0$.
 - b) Donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-1} .
- II) Soit la fonction $f(x) = \frac{x^3 + 1}{x^2 + 1}$.
 - a) Préciser D_f . Calculer f' et dresser le tableau de variation de f
(On utilisera les résultats de la partie I).
 - b) Etudier les asymptotes à f en $+\infty$ et en $-\infty$ ainsi que la position du graphe de f par rapport aux asymptotes (on pourra écrire $x^3 + 1 = (x^2 + 1)(\alpha x + \beta) + \gamma x + \delta$).
 - c) Tracer le graphe de f .

Exercice 4

- a) Montrer que la fonction $P(x) = 2x^3 - 3x^2 - 1$ s'annule une seule fois sur $\mathbb{R}$, en α .
Donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-1} .
- b) Faire l'étude complète de la fonction $f(x) = \frac{1-x}{1+x^3}$.