

Exercice fonction exponentielle

11.3 On s'intéresse dans cet exercice à la fonction définie sur $\mathbf{R}$ par $f(x) = e^{-x^2}$ et à sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, notée $\mathcal{C}$.

1. Déterminer l'expression de la fonction dérivée de f .
2. En déduire les variations de f et ses éventuels extremums.
3. À l'aide de la calculatrice, conjecturer la limite de $f(x)$ quand x tend vers $-\infty$, et quand x tend vers $+\infty$.
4. Dresser le tableau de variations complet de f sur $\mathbf{R}$.
5. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 1.
6. Déterminer l'unique réel α tel que $f(\alpha) = f'(\alpha)$, puis l'équation de la tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse α .
7. Tracer la courbe $\mathcal{C}$ dans un repère orthonormé.
8. Soit β un réel strictement positif. On note $y = mx + p$ l'équation de la tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse β . On ne cherchera pas à déterminer les expressions de m et p .
 - a. Déterminer le signe de m en justifiant clairement.
 - b. Que peut-on dire de $f(\beta)$ et de $f(-\beta)$?
 - c. Justifier que $f'(-\beta) = -f'(\beta)$.
 - d. Déduire des questions précédentes l'équation de la tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse $-\beta$, exprimée en fonction de m et p .