

1^{ère} spé

Exercice 1:

f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (1 - 2x)e^{3x}$. C_f est sa courbe représentative dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$. Pour chacune des affirmations suivantes, répondre par Vrai ou Faux en justifiant la réponse.

1. Le point $A(1; e^{-3})$ est un point de la courbe C_f .
2. f est une fonction positive sur $\left]-\infty; \frac{1}{2}\right]$.
3. f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.
4. La tangente à C_f au point d'abscisse 1 a pour équation $y = -5e^3x + 4e^3$.

Exercice 2

Etudier les variations de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x^2 + 2x - 7)e^x$, puis dresser son tableau de variation.

Déterminer une équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 0.

Exercice 3

On considère la fonction g définie par $g(x) = \frac{e^x}{2x^2 + x + 1}$.

1. Montrer que la fonction g est définie sur $\mathbb{R}$.
2. Etudier les variations de g sur $\mathbb{R}$ et dresser son tableau de variation.

Exercice 4

On considère la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = e^{-2x} + e^{-x} + 4$.

Etudier les variations de la fonction h et dresser son tableau de variation.

Exercice 5

Soient f et g les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^x$ et $g(x) = 2e^{\frac{x}{2}} - 1$.

On note C_f et C_g les courbes représentatives des fonctions f et g dans un repère orthogonal.

1. Démontrer que les courbes C_f et C_g ont la même tangente Δ au point d'abscisse 0.
Déterminer une équation de Δ .

2. Etude de la position relative de la courbe C_g et de la droite Δ .

Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = 2e^{\frac{x}{2}} - x - 2$.

- a. Pour tout réel x , calculer $h'(x)$ et étudier le signe de $h'(x)$ suivant les valeurs de x .
- b. Dresser le tableau de variation de la fonction h sur $\mathbb{R}$.
- c. En déduire que, pour tout réel x , $2e^{\frac{x}{2}} - 1 \geq x + 1$.
- d. Que peut-on en déduire quant à la position relative de la courbe C_g et de la droite Δ ?

3. Etude de la position relative des courbes C_f et C_g .

Pour tout réel x , développer $\left(e^{\frac{x}{2}} - 1\right)^2$.

En déduire la position relative des courbes C_f et C_g .