

Travaux dirigés de Physique
- Ondes

Exercice A

On considère les nombres complexes suivants :

$$z_1 = 1 + i ; z_2 = 1 - i ; z_3 = -1 - i\sqrt{3} ; z_4 = -2 ; z_5 = 3i ; z_6 = -4i.$$

1. Représenter géométriquement (dans le plan complexe) ces nombres complexes.
2. Les écrire sous leur forme trigonométrique $z = r (\cos \alpha + i \sin \alpha)$.
3. Les écrire sous leur forme exponentielle $z = r e^{i\alpha}$.
4. Donner leurs complexes conjugués.

Exercice B

1. Calculer $e^{i\pi}$; $e^{2i\pi}$; $e^{i\frac{\pi}{2}}$; $e^{i\frac{3\pi}{2}}$.
2. Ecrire sous les formes trigonométrique et exponentielle le nombre complexe suivant : $z = \frac{2}{1 + i\sqrt{3}}$.
3. A partir de $e^{i\alpha}$ et $e^{-i\alpha}$, établir les formules d'Euler de $\cos \alpha$ et $\sin \alpha$.

Exercice C

1. On considère les deux nombres complexes suivants : $z_1 = x_1 + i y_1$ et $z_2 = x_2 + i y_2$.
On pose $Z = z_1 + z_2 = X + i Y$ et $Z' = z_1 - z_2 = X' + i Y'$. Exprimer X, Y, X' et Y' en fonction de x_1 , y_1 , x_2 et y_2 .
2. En utilisant la forme exponentielle de ces complexes : $z_1 = r_1 e^{i\theta_1}$ et $z_2 = r_2 e^{i\theta_2}$, calculer
 $Z = z_1 z_2 = R e^{i\theta}$ et $Z' = \frac{z_1}{z_2} = R' e^{i\theta'}$.
On exprimera R, θ , R' et θ' en fonction de r_1 , θ_1 , r_2 et θ_2 .

Exercice D

On considère les deux nombres complexes suivants : $z_1 = e^{i\frac{\pi}{3}}$ et $z_2 = e^{-i\frac{\pi}{4}}$

- 1 Ecrire z_1 et z_2 sous forme algébrique
- 2 Ecrire sous forme algébrique, exponentielle et trigonométrique $z_1 z_2$
- 3 en déduire la valeur exacte de $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$

Exercice E

On considère une grandeur physique y dont on exprime la variation temporelle par la fonction suivante
 $y(t) = A e^{i(\omega t + \varphi)}$

- 1 déterminer les valeurs de φ pour que $y(0) = 0$ suivant que l'on prend la partie réelle ou imaginaire de $y(t)$.
- 2 même question pour $y(0) = A$

Exercice 1

Une corde, de longueur infinie, est initialement tendue suivant la direction Ox. Son extrémité O, d'abscisse $x = 0$, est animée à partir de $t = 0$, d'un mouvement transverse suivant la direction de l'axe Oy. Cette excitation donne naissance à une onde qui se propage dans la direction Ox. Cette onde peut être représentée par l'équation de propagation suivante :

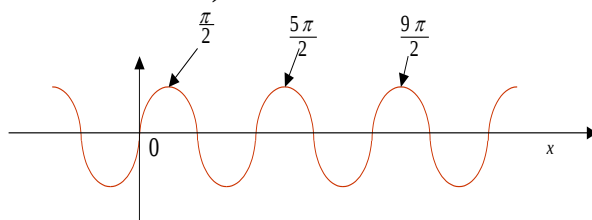
$y(x, t) = 4.e^{i(5t - 3x - \frac{\pi}{2})}$ où les distances sont exprimées en cm et les temps en secondes.

1. Préciser le sens de propagation de l'onde.
2. Quel est le déplacement maximum d'un point quelconque de la corde ?
3. On considère l'extrémité de la corde en $x = 0$ cm, indiquer les temps où l'amplitude de la perturbation est nulle, tracer son déplacement en fonction du temps. Indiquer la période sur le graphique. En déduire la fréquence du phénomène ondulatoire.
4. Calculer la vitesse de propagation de l'onde.
5. En un point donné d'abscisse x_0 , quelle est la différence de phase entre deux élongations décalées de $\pi/10$ s ?

Exercice 2

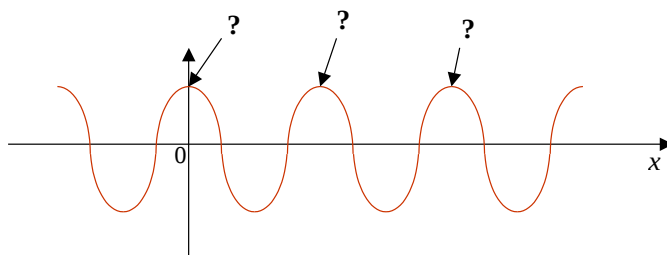
On considère des ondes de la forme $\psi(x, t) = a.e^{i[2\pi(\frac{t}{T} \pm \frac{x}{\lambda}) + \theta]}$, de longueur d'onde $\lambda = 1$ m et de période temporelle $T = 4$ s. On considère la partie réelle de cette onde

1. Quelles sont : la phase et la phase à l'origine de ce type d'onde ?
2. La figure ci-dessous représente une portion d'une telle onde à l'instant $t = 0$ s. (On a indiqué les valeurs des phases correspondant à plusieurs maxima consécutifs).



Préciser, en le justifiant, le sens de propagation de cette onde. Que vaut θ ?

3. La figure ci-dessous représente cette onde à l'instant $t = 13$ s.
Remplacer les points d'interrogation par les valeurs des phases des maxima représentés.



Exercice 3

Si l'on fait tomber goutte à goutte de l'eau à raison de 180 gouttes par minute sur la surface d'une nappe d'eau, on constate qu'il naît des rides circulaires. La distance entre deux rides consécutives est égale à 20 cm.

1. Quelle est la célérité des ondes à la surface de l'eau ?
2. En déduire l'expression mathématique de cette onde en notation exponentielle (on précisera le choix des origines spatiale et temporelle)

Exercice 4

On considère deux haut-parleurs qui émettent chacun une onde de pression d'expression mathématique suivante :

$$P_1(x, t) = P_{10}.e^{i(2\pi.1000.t - 19,04x + \varphi_1)} \text{ et } P_2(x, t) = P_{20}.e^{i\left(\frac{2\pi x}{0,165} - 12566,4.t + \varphi_2\right)}$$

1. Quelle est la direction de propagation de chacune de ces ondes ?
2. Calculer la fréquence, longueur d'onde et vitesse de propagation de chacune de ces ondes. Que peut-on en conclure ?
3. Ecrivez chacune de ces ondes en fonction de l'amplitude, la pulsation et le vecteur d'onde. En déduire l'écriture de $P_2(x, t)$ en fonction de k_1 et ω_1
4. On fixe la phase à l'origine de la première onde à 0 et les deux amplitudes sont identiques. On considère la pression résultante $P(x, t) = P_1(x, t) + P_2(x, t)$. Est-il possible d'obtenir une condition sur la phase de la seconde onde pour que $P(x_0, t) = P_1(x_0, t) + P_2(x_0, t) = 0$, $\forall t$ pour un point x_0 fixé ?
5. Même question mais les deux ondes ont maintenant des fréquences identiques
6. Que devient la pression le long de tout l'axe Ox ?