

TRIGONOMETRIE

Exercice 1 Les questions sont indépendantes.

1) Placer les images A, B, C, D et E des nombres $\frac{3\pi}{4}$; $\frac{89\pi}{2}$; $-\frac{\pi}{6}$; $\frac{\pi}{2}$ et $\frac{91\pi}{4}$ sur le cercle trigonométrique. Dans quel cas les points images par enroulement des réels proposés sont-ils confondus ?

2) Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifier vos réponses.

a) Soit x un nombre réel, si $\cos(x)=0$ alors $\sin(x)=1$.

b) Il existe un réel x tel que $\sin(x)=\frac{\sqrt{5}}{2}$.

c) Pour tout réel x , $\cos(24\pi-x)+\cos(14836\pi+x)=0$.

d) Sur l'intervalle $] -\pi ; \pi]$, l'équation $2\cos(x)-\sqrt{3}=0$ admet trois solutions.

e) Sinus est positif sur l'intervalle $[-5\pi ; -4\pi]$.

f) Soit $x \in [0 ; \pi]$ tel que $\sin(x)=\frac{4}{5}$, alors $\cos(x)=\frac{3}{5}$.

3) a) Sachant que $\cos(\frac{\pi}{6})=\frac{\sqrt{3}}{2}$, calculer $\cos(\frac{5\pi}{6})$.

b) Résoudre dans $[0 ; 5\pi]$ l'équation $\cos(x)=-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

4) Soit x un réel appartenant à l'intervalle $[0 ; \frac{\pi}{2}]$ tel que $\cos(x)=\frac{3}{5}$.

a) Quel est le signe de $\sin(x)$.

b) Déterminer la valeur exacte de $\sin(x)$.

APPLICATIONS DE LA DERIVATION

Exercice 2 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=x^4-2x^3-11x^2+12x$.

1) a) Justifier que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et donner, pour tout réel x , l'expression de $f'(x)$.

b) Vérifier que 3 est une racine de f' .

c) Factoriser $f'(x)$ sous la forme $f'(x)=(x-3)P(x)$; où P est un polynôme à déterminer.

d) Etudier, pour tout réel x , le signe de $P(x)$.

e) En déduire, pour tout réel x le signe de $f'(x)$.

2. a) Dresser le tableau de variation de f sur $[-3 ; 3]$.

b) La fonction f admet-elle des extrema sur l'intervalle $[-3 ; 3]$? Lesquels ?

3. a) Vérifier que -3, 0 et 1 sont des racines de f .

b) Que représentent les points d'abscisses respectives -3, 0 et 1 ; pour C_f , la courbe représentative de la fonction f ?

4. a) Déterminer l'équation réduite de la tangente T_0 à la courbe C_f au point d'abscisse 0.

b) Etudier, sur l'intervalle $[-3 ; 3]$, la position relative de C_f et de T_0 .

Exercice 3 On se place dans le plan muni d'un repère orthonormé.

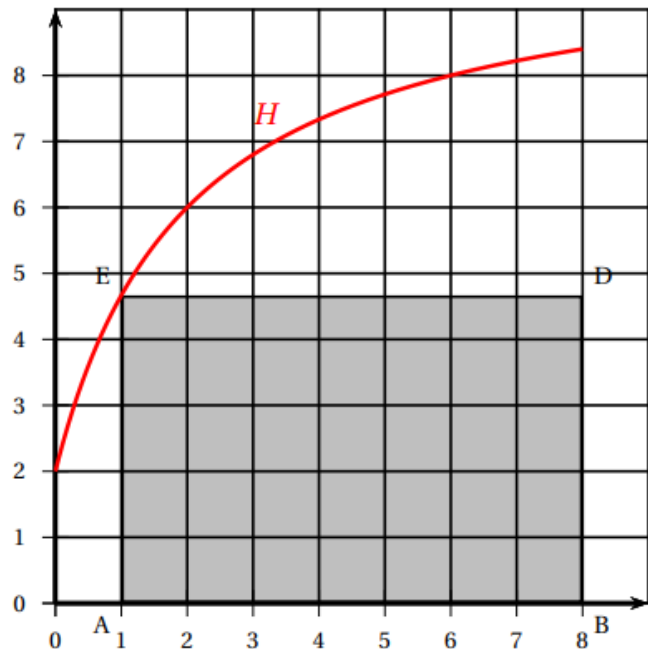
La courbe $\mathcal{H}$ représentée sur le graphique ci-dessous est l'ensemble des points de l'hyperbole d'équation

$$y = \frac{10x+4}{x+2} \text{ avec } x \text{ appartenant à l'intervalle } [0 ; 8].$$

Pour toute abscisse x dans l'intervalle $[0 ; 8]$, on construit le rectangle ABDE comme indiqué sur la figure.

On donne les informations suivantes :

- A et B sont sur l'axe des abscisses
- A est d'abscisse x
- B et D ont pour abscisse 8
- E appartient à la courbe $\mathcal{H}$
- D et E ont la même ordonnée



L'objectif de ce problème est de déterminer la ou les valeurs éventuelles de x de l'intervalle $[0 ; 8]$ correspondant à un rectangle ABCD d'aire maximale.

1) a) Déterminer l'aire du rectangle ABCD lorsque $x=0$.

b) Déterminer l'aire du rectangle ABCD lorsque $x=4$.

2) On définit la fonction f qui à tout réel x de l'intervalle $[0 ; 8]$ associe l'aire du rectangle ABCD.

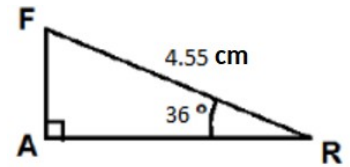
On admet que l'expression de la fonction f définie sur $[0 ; 8]$ est donnée par : $f(x) = \frac{-10x^2 + 76x + 32}{x+2}$

. Répondre au problème posé.

PRODUIT SCALAIRE

Exercice 4 Les questions sont indépendantes.

1) On considère le triangle RFA ci-contre, calculer $\vec{RA} \cdot \vec{RF}$



2) Soit ABC un triangle isocèle en A tel que $BC = 6$ cm. Soit H le projeté orthogonale de A sur (BC).

Faire une figure. Calculer $\vec{BA} \cdot \vec{BC}$.

3) Soient A, B, C des points tels que $\widehat{BAC} = \frac{\pi}{3}$; $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 6,01$ et $AB = 1,75$ cm.

Déterminer la longueur AC.

4) Soient $\vec{u}$ et $\vec{w}$ des vecteurs de coordonnées respectives (10 ; 9) et (3 ; 5).

Calculer le produit scalaire $\vec{u} \cdot \vec{w}$. Les deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{w}$ sont-ils orthogonaux ?

5) Soient $\vec{u}$ et $\vec{w}$ des vecteurs de coordonnées respectives (10 ; x) et (3 ; 5).

Existe-t-il des valeurs de x pour lesquelles les deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{w}$ sont orthogonaux ?

Exercice 5 Les questions sont indépendantes.

1) Considérons les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{w}$ tels que $\vec{u}^2 = 3$; $\vec{w}^2 = 4$ et $\|\vec{u} + \vec{w}\| = 9$

Calculer $\vec{u} \cdot \vec{w}$.

2) Considérons les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{w}$ tels que $\|\vec{u}\| = 4$; $\|\vec{w}\| = 3$ et $\vec{u} \cdot \vec{w} = 6$.

Calculer :

- $\|-\frac{\sqrt{7}}{2}\vec{u}\|$; $\vec{u}^2$; $\vec{w}^2$; $(\vec{u} + \vec{w})^2$; $(\vec{u} + \frac{1}{2}\vec{w})^2 - (\vec{u} - \frac{1}{2}\vec{w})^2$
- $(5\vec{u} - \vec{w})(3\vec{u} + \vec{w})$;

Exercice 6

Soient A(0 ; 6) B(8 ; 6) et C(8 ; 0) trois points dans un repère orthonormé

(O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$).

Soient K le milieu de [AB] et L le milieu de [BC].

1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\vec{OK}$ et $\vec{OL}$.

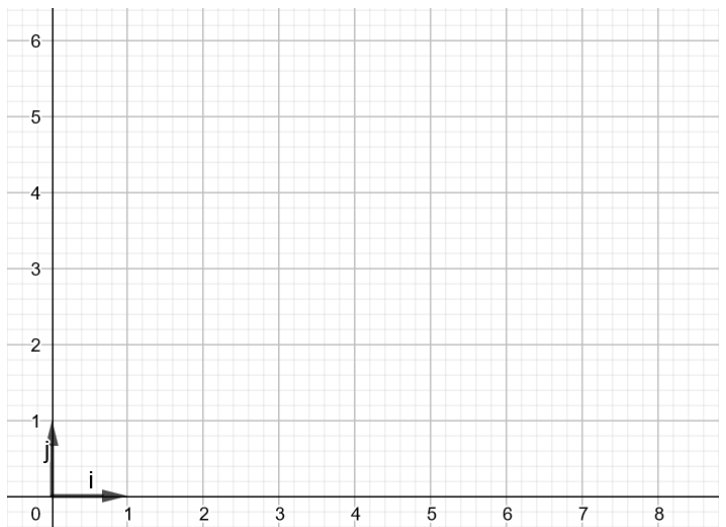
2) Calculer le produit scalaire $\vec{OK} \cdot \vec{OL}$.

3) Calculer les normes des vecteurs $\vec{OK}$ et $\vec{OL}$.

4) Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{KOL}$.

5) Déterminer la longueur KL.

6) Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{OLK}$



Exercice 7

Soit la suite (v_n) définie tout entier naturel n , par $v_n = \frac{4n+1}{2n+3}$.

- 1) Etudier le sens de variations de la suite (v_n) .
- 2) Ecrire une fonction « seuil » en Python, qui renvoie le premier indice n pour lequel le terme v_n dépasse un seuil donné. Que renvoie « seuil(1.9) » ?