

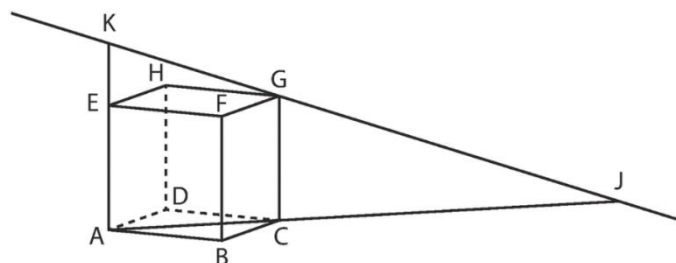
Exercice 1.

On considère un cube $ABCDEFGH$ et les points J et K de l'espace définis par :

$$\overrightarrow{AJ} = 3\overrightarrow{AC} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{AK} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AE}$$

On considère le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$:

1. Donner les coordonnées des points J, K et G .
2. **Cours** : Donner la caractérisation vectorielle pour que trois points A, B et C de l'espace soient alignés.
3. Démontrer que les points J, K et G sont alignés.

**Exercice 2.**

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On donne les points A, B, C et D de coordonnées respectives $A(-1; 0; 2), B(3; 2; -4), C(1; -4; 2)$ et $D(5; -2; 4)$. I et K sont les milieux respectifs des segments $[AB]$ et $[CD]$. Le point J est tel que

$$\overrightarrow{BJ} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$$

1. **Cours** : Pour deux points $A(x_A; y_A; z_A)$ et $B(x_B; y_B; z_B)$ donner les coordonnées du milieu I du segment $[AB]$.
2. Déterminer les coordonnées des points I, J et K .
3. Démontrer que les points I, J et K définissent un plan.
4. Démontrer que les vecteurs $2\vec{IJ}, \vec{IK}$ et $\vec{AD}$ ne sont pas coplanaires.
5. Déterminer les coordonnées du point L vérifiant l'égalité $\vec{AL} = \frac{1}{4}\vec{AD}$.
6. Démontrer que le point L appartient au plan (IJK) .
7. La droite (AD) et le plan (IJK) sont-ils sécants ? Si oui, en quel point ?

Exercice 3.

Pour chacune des questions suivantes, **une seule** des quatre réponses proposées est exacte. Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie **en justifiant** la réponse.

Soit f la fonction définie pour tout nombre réel x de l'intervalle $]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{e^{2x}}{x}$$

On donne l'expression de la dérivée seconde f'' de f , définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par :

$$f''(x) = \frac{2e^{2x}(2x^2 - 2x + 1)}{x^3}$$

1. La fonction f' , dérivée de f , est définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par :

a. $f'(x) = 2e^{2x}$

b. $f'(x) = \frac{e^{2x}(x-1)}{x^2}$

c. $f'(x) = \frac{e^{2x}(2x-1)}{x^2}$

d. $f'(x) = \frac{e^{2x}(1+2x)}{x^2}$

2. La fonction f est :

a. décroissante sur $]0; +\infty[$

b. monotone sur $]0; +\infty[$

c. admet un minimum en $\frac{1}{2}$

d. admet un maximum en $\frac{1}{2}$

3. La fonction f :

a. est concave sur $]0; +\infty[$

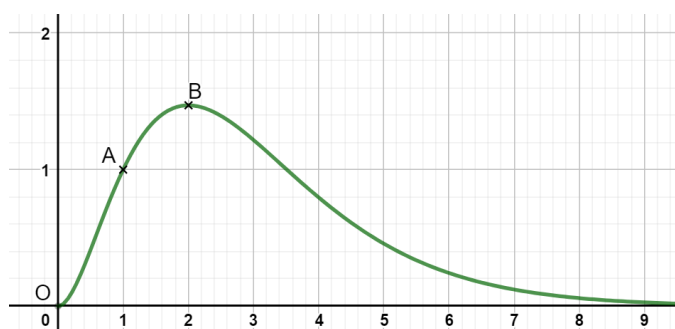
b. est convexe sur $]0; +\infty[$

c. est concave sur $]0; \frac{1}{2}]$

d. est représentée par une courbe admettant un point d'inflexion

Exercice 4.

La courbe $\mathcal{C}_f$ donnée ci-dessous représente une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}^+$. On admet que $\mathcal{C}_f$ passe par les points $O(0; 0)$, $A(1; 1)$, que la courbe $\mathcal{C}_f$ admet une tangente horizontale au point B d'abscisse 2 et que l'axe des abscisses est asymptote horizontale à la courbe $\mathcal{C}_f$



1. Déterminer graphiquement $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $f'(2)$.

2. **Cours :** Donner la formule de la dérivée $(f \circ g)'$.

3. On admet que $f(x) = x^2 e^{ax+b}$ avec a et b des nombres réels.

A l'aide des informations portées sur le graphique et du calcul de la dérivée de f déterminer les valeurs de a et b .

4. On admettra pour la suite que $f(x) = x^2 e^{-x+1}$.

a. Dresser le tableau de variations de la fonction f .

b. Cours : Donner l'équation de la tangente au point d'abscisse a pour une fonction f dérivable en a .

c. Déterminer l'équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 4.

5. a. Calculer $f''(x)$. En déduire l'étude de la convexité de la fonction f .

b. Déterminer les éventuels points d'inflexions de $\mathcal{C}_f$.

6. On considère la fonction g définie sur $]0; +\infty[$ par $g(x) = e^{f(x)}$.

Dresser le tableau de variation de g .

Exercice 5.

Démontrer que pour tout réel x de l'intervalle $[0; 1]$, $e^x \leq 1 + x(e - 1)$