



U.E. SA04U060 - Physique

Enoncés des travaux dirigés de Statique des Fluides

N.B. : Les exercices traités en séance d'ED et qui sont donc à préparer avant chaque séance sont ceux dont l'intitulé est surligné : Exercice X.

Exercice 1

1. Calculer la pression que subit un plongeur à une profondeur de 50 m, la pression atmosphérique étant de $1,0 \cdot 10^5$ Pa.
2. La porte d'un sous-marin est un disque horizontal de 1 m de diamètre. Calculer l'intensité F de la force pressante exercée par l'eau de mer sur cette porte à 200 m de profondeur.

On donne : $g = 10 \text{ m/s}^2$; masse volumique de l'eau de mer : $\rho = 1030 \text{ kg/m}^3$.

Exercice 2

Un tonneau de 1 m de hauteur est surmonté d'un tube fin de 9,5 m de haut.

1. Le tonneau est plein d'eau et le tube est vide. Calculer la pression au centre A du tonneau.
2. Calculer la force qui s'exerce sur 1 dm^2 de surface horizontale autour du point A.
3. On remplit le tube sur une hauteur de 9,5 m. Calculer la nouvelle pression au point A.
4. Quelle est la nouvelle force pressante qui s'exerce sur 1 dm^2 de surface horizontale autour du point A ?

On donne : $g = 10 \text{ m/s}^2$; masse volumique de l'eau : $\rho = 1 \text{ kg/L}$; pression atmosphérique : $1,0 \cdot 10^5$ Pa.

Exercice 3

Le shiatsu est une méthode de massage thérapeutique d'origine japonaise, où le praticien utilise ses doigts (en général ses pouces) pour exercer une pression plus ou moins importante sur des points d'acupuncture, localisés à la surface du corps du receveur.

On donne la masse du praticien de shiatsu : $m = 80,0 \text{ kg}$.

On prendra $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$.

On considérera que la surface de contact de chaque pouce forme un disque de rayon $r = 1,0 \text{ cm}$.

1. Déterminer la pression exercée par le praticien lorsqu'il poncture simultanément deux points d'acupuncture symétriques à l'aide de ses deux pouces, en utilisant 75% du poids de son corps.
2. Quelle serait la hauteur d'eau équivalente qui exercerait la même pression ?

On rappelle la masse volumique de l'eau : $\rho = 1 \text{ g.cm}^{-3}$.

Exercice 4

1. La densité d'une substance par rapport à l'eau est de 0,75. Quelle est sa masse volumique ?
2. Un manomètre à mercure indique une pression de 1,9 bar. Quelle est la hauteur de la colonne de mercure exerçant cette pression ? On rappelle que $1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$ et que la densité du mercure est 13,6.
3. La fosse des Mariannes dans l'Océan Pacifique Nord est la plus profonde du monde, atteignant environ 11000 mètres de fond. Quelle est la pression hydrostatique au fond de cette fosse ?

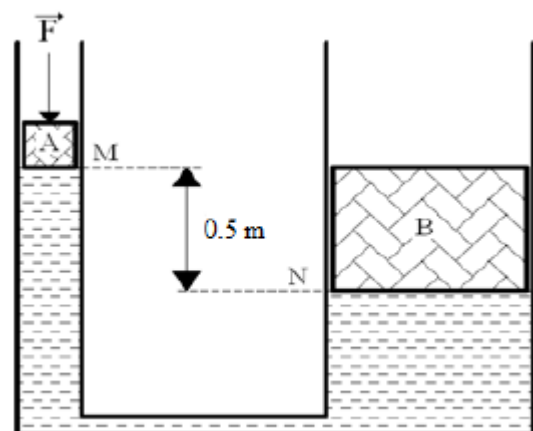
On donne : $g = 10 \text{ m/s}^2$; masse volumique de l'eau : $\rho = 1 \text{ kg/L}$; pression atmosphérique : $1,0 \cdot 10^5$ Pa.

Exercice 5

En négligeant le poids du cylindre A, exprimer puis déterminer la valeur F de la force qui assurera l'équilibre du dispositif ci-contre. On commencera par exprimer la pression en N, p_N , en fonction de la pression en M, p_M .

Données :

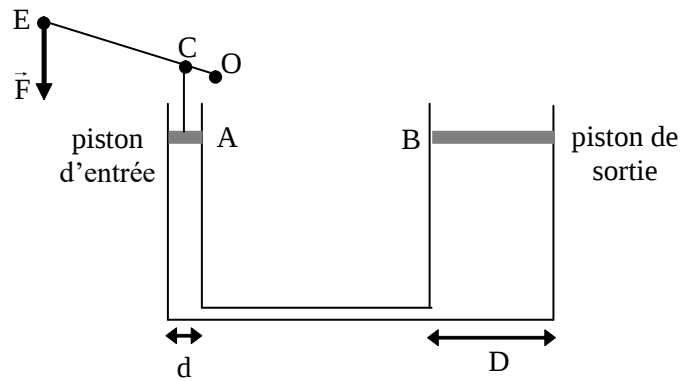
- Les surfaces des cylindres A et B sont respectivement de $S_A = 40 \text{ cm}^2$ et $S_B = 4000 \text{ cm}^2$.
- Le cylindre B a une masse $m_B = 4000 \text{ kg}$.
- Le dispositif est rempli d'huile de densité $d = 0,75$.
- On prendra $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$ pour l'accélération de la pesanteur et $P_0 = 1 \text{ bar}$ pour la pression de l'air extérieur.



Exercice 6

Un vérin hydraulique est constitué de deux cylindres verticaux remplis d'un liquide incompressible, qui communiquent à leur partie inférieure par un tube de faible diamètre. Le piston d'entrée de diamètre $d = 4,0$ cm et le piston de sortie de diamètre $D = 40$ cm sont posés sur les deux surfaces libres. Le piston d'entrée peut être enfoncé par un levier dont le rapport des bras $r = OE/OC$ est tel que $r = 5$ (l'extrémité O de la tige OE est fixe).

On néglige les différences de niveau entre A et B. On exerce à l'extrémité E du levier une force $\vec{F}$ d'intensité $F = 40$ N. La force qui s'exerce sur le piston en A est donc $F' = F r$.

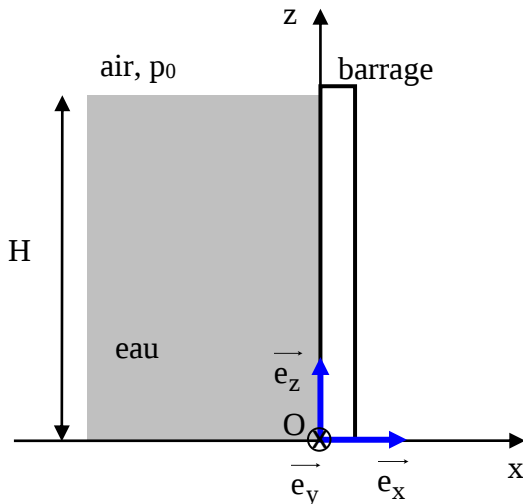


1. Quelle est l'intensité P du poids $\vec{P}$ pouvant être soulevé par le vérin ?
2. Une masse M est placée sur le piston B du vérin précédent. Le piston A est maintenant actionné par une vis de pas $p = 1,6$ mm (le piston se déplace verticalement de 1,6 mm pour un tour de vis). On souhaite soulever la masse M d'une hauteur $h_B = 5,0$ mm. De quelle hauteur h_A doit se déplacer le piston d'entrée ? En déduire le nombre de tours de vis nécessaires.

Exercice 7

L'impact environnemental des barrages est un sujet abondamment discuté depuis plus d'un siècle. On étudie dans cet exercice, la résultante des forces de pression s'exerçant sur le barrage de Serre-Ponçon (dans les Hautes-Alpes), qui retient une hauteur $H = 115$ m d'eau, faisant de ce barrage, la plus grande retenue d'eau d'Europe. On modélise ce barrage par un rectangle vertical de hauteur légèrement supérieur à H et de largeur $L = 630$ m (schéma ci-dessous). On suppose que la pression au sommet du barrage est la pression atmosphérique p_0 et on néglige les variations de pression de l'air due à l'altitude.

On considère un système d'axes orthonormés (Ox) , (Oy) et (Oz) tels que le barrage soit parallèle au plan (yOz) et sa base dans le plan $z = 0$ (schéma ci-dessous).



1. A partir de la loi de l'hydrostatique $\vec{\text{grad}} p = \rho \vec{g}$ appliquée à l'eau de masse volumique ρ constante, au repos et soumise au champ de pesanteur uniforme $\vec{g}$, établir l'expression $p(z)$, de la pression en tout point de l'eau $M(z)$.
2. Etablir l'expression de la force de pression $\vec{F}_e$ exercée par l'eau sur le barrage. On commencera par exprimer la force de pression $d\vec{F}_e$ exercée par l'eau sur une portion du barrage, surface rectangulaire dS de largeur L et de hauteur dz , centrée sur un point $M(z)$.
3. Donner l'expression de la force de pression $\vec{F}_a$ exercée par l'air sur le barrage.
4. En déduire l'expression de la résultante des forces de pression $\vec{F}_t$ s'exerçant sur le barrage puis la norme de cette force. On donne $g = 9,8$ m/s².

Exercice 8

Si la plongée sous-marine apporte des joies multiples, elle présente aussi des dangers, liés aux aspects physiologiques et anatomiques du corps humain.

L'eau dans laquelle le plongeur évolue est considérée comme un liquide homogène et incompressible, de masse volumique $\rho = 1 \text{ kg.L}^{-1}$, en équilibre dans le champ de pesanteur $\vec{g}$ uniforme, avec $g \approx 10 \text{ m.s}^{-2}$. La surface libre de l'eau, située à la cote $z = 0$ d'un axe Oz ascendant, est en contact avec l'atmosphère, de pression constante $P_0 \approx 10^5 \text{ Pa}$. On rappelle la valeur de la constante des gaz parfaits : $R \approx 8,3 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$.

1. Exprimer la pression hydrostatique de l'eau $P(z)$ en un point M de cote (coordonnée) z .

Plongée libre (sans bouteille)

On assimile l'air contenu dans les poumons du plongeur à un gaz parfait. Cet air est caractérisé par une pression $P(z)$ identique à celle de l'eau à la profondeur $|z|$, un volume variable $V(z)$ correspondant à la capacité pulmonaire et modélisant la déformation de la cage thoracique sous l'effet de la pression, et enfin par une température T_c constante et indépendante de la profondeur.

Le plongeur gonfle ses poumons à leur capacité maximale V_M avant de plonger puis bloque sa respiration.

2. Calculer la capacité pulmonaire du plongeur à une profondeur de 10 mètres sachant que $V_M = 7 \text{ L}$.
3. On appelle m la masse du plongeur, $V_T(z)$ le volume total de son corps à la profondeur $|z|$ et V_0 le volume de son corps sans tenir compte de celui de la cage thoracique. On définit le poids apparent $\bar{P}_a$ du plongeur, que l'on nomme flottabilité, comme la résultante de la poussée d'Archimède et de la force de pesanteur. Comment varie la norme de la flottabilité lorsque la profondeur augmente ?
4. Afin de faciliter leur descente lors des premiers mètres, les plongeurs utilisent souvent un lest, c'est-à-dire une plaque de plomb de volume négligeable, accrochée à une ceinture et facilement largable. Ce lest ne doit pas être trop lourd car un surlestage peut inciter à descendre à une profondeur excessive. Quelle masse m_l de lest doit-on choisir si l'on adopte comme règle de sécurité le fait que le plongeur doit avoir une flottabilité nulle à la profondeur de 5 mètres ? On donne $V_0 = 77 \text{ L}$ et $m = 80 \text{ kg}$.

Plongée avec bouteille

Le plongeur s'équipe désormais d'une bouteille de plongée. La pression dans la bouteille peut varier de 100 à 200 bars en début de plongée jusqu'à 30 à 50 bars en fin de plongée : la réserve de sécurité est caractérisée par la pression de seuil P_s .

En plongée, il faut ramener la pression de l'air sortant de la bouteille à la pression ambiante, c'est-à-dire à la pression de l'air respiré par le plongeur. Le détendeur assure cette fonction. Ce dispositif, inséré entre la bouteille d'air et la bouche du plongeur, fournit de l'air à la demande de ce dernier. Le détendeur possède ainsi plusieurs fonctions. Il réduit la pression de l'air issu de la bouteille à la pression $P(z)$ et fournit la quantité d'air nécessaire à la respiration du plongeur à la pression $P(z)$. De plus, il se bloque lorsque la pression P_b de l'air dans la bouteille devient de l'ordre de la pression seuil P_s . Le plongeur est alors averti qu'il doit passer sur la réserve et remonter.

5. Au début de la plongée, la bouteille de volume V_b est remplie d'air à la température $T_b = T_a$ de l'atmosphère, et sous une pression P . En profondeur ou en surface, on considère que la bouteille et son contenu prennent instantanément la température $T_b = T_e$ de l'eau environnante. Calculer le nombre de moles d'air contenues dans la bouteille, n_i au début de la plongée d'une part et n_s au moment où le détendeur se bloque d'autre part. On donne $P = 2 \cdot 10^7 \text{ Pa}$, $P_s = 4 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $V_b = 12 \text{ L}$, $T_a = 21^\circ\text{C}$ et $T_e = 15^\circ\text{C}$.
6. La respiration du plongeur est périodique, de fréquence f . Sous la pression locale $P(z)$ et à la température T_e , le volume moyen de l'air inspiré au cours de chaque cycle avant d'être ensuite rejeté à l'extérieur est Ω_0 . Exprimer le temps $\Delta t_s(z)$ au bout duquel le détendeur se bloque. Pour simplifier les calculs on admettra que le temps de descente du plongeur à la profondeur $|z|$ est négligeable et que ce dernier se maintient durant tout le temps $\Delta t_s(z)$ à la profondeur $|z|$.
7. Calculer le temps $\Delta t_s(-20)$ sachant que $|z| = 20 \text{ m}$, $\Omega_0 = 2 \text{ L}$, $f = 0,2 \text{ Hz}$ ($1 \text{ Hz} = 1 \text{ s}^{-1}$) et $T_e = 15^\circ\text{C}$.
8. Comparer $\Delta t_s(-20)$ au temps $\Delta t_s(0)$ mis par le détendeur pour se bloquer si le plongeur reste en surface, où l'on rappelle que $z = 0$ et la température de l'eau est $T_a = 21^\circ\text{C}$. Conclure.

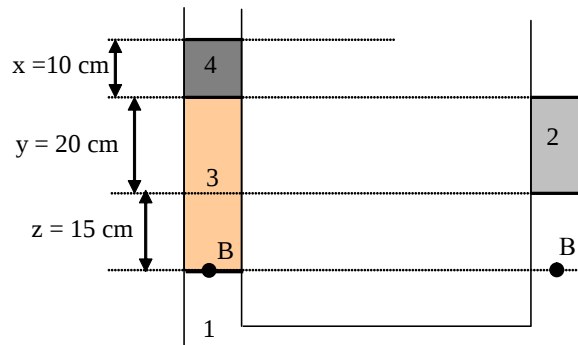
Exercice 9

Dans un tube en « U », avec deux tubes de même diamètre, sont placés 4 liquides incompressibles en équilibre.

Les liquides sont séparés par des membranes imperméables, autorisant un liquide plus dense à être placé au-dessus d'un liquide moins dense. Les membranes ont un poids négligeable et coulissent librement.

Le liquide 1 est de l'eau, le liquide 2 est du mercure ($\rho_{\text{Hg}} = 13,6 \rho_{\text{eau}}$).

Les tubes sont ouverts en haut, en contact avec l'atmosphère de pression égale à $P_0 = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$.

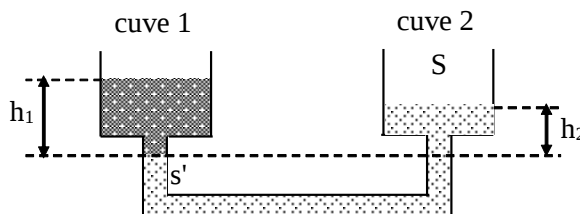


1. Exprimer la pression hydrostatique exercée en B et en B', en vous aidant des données mesurées sur le tube en U. Calculer alors ρ_3 et ρ_4 sachant que $\rho_3 = 3 \rho_4$.
2. Quel doit être le rapport des rayons des tubes si on veut soulever un éléphant avec une souris ? (un éléphant = 10^5 souris en masse).

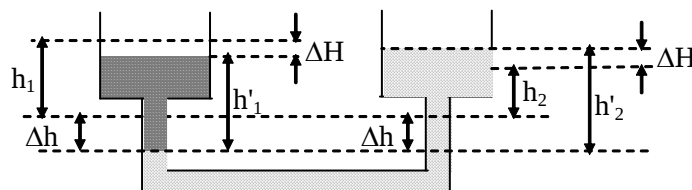
Exercice 10

On considère le montage suivant où 2 cuves identiques de sections S sont reliées par un tube en U de section constante s' .

Le liquide contenu dans la cuve 1 est moins dense que le liquide contenu dans la cuve 2 : $\rho_1 = 998 \text{ kg.m}^{-3}$ et $\rho_2 = 1022 \text{ kg.m}^{-3}$. Les deux liquides sont non miscibles et incompressibles.



1. Les deux récipients sont ouverts et en contact avec l'air. Établir une relation entre h_1 et h_2 .
2. On augmente maintenant la pression au-dessus du liquide dans la cuve 1 de p .
 - 2.1. Exprimer les nouvelles hauteurs des liquides h'_1 et h'_2 en fonction de h_1 , h_2 , du déplacement des surfaces libres ΔH et de celui de la surface de séparation des deux liquides Δh (voir schéma ci-dessous).



- 2.2. En déduire les expressions de h'_1 et h'_2 en fonction de h_1 , h_2 , Δh , la surface S des cuves et celle du tube en U notée s' .
- 2.3. Montrer que Δh vérifie la relation suivante :

$$\Delta h = \frac{p}{g \left[\left(1 + \frac{s'}{S} \right) \rho_2 - \left(1 - \frac{s'}{S} \right) \rho_1 \right]}$$

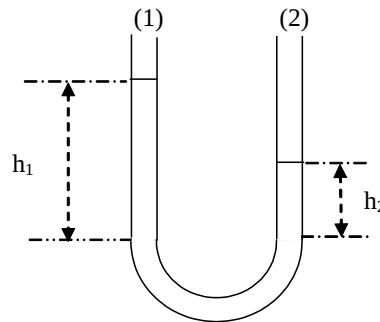
- 2.4. Sachant que $p = 10 \text{ Pa}$, $S = 100 \text{ cm}^2$ et $s' = 1 \text{ cm}^2$, calculer Δh .
On prendra $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$.
- 2.5. Si on peut apprécier un déplacement de la surface de séparation de 1 mm, quelle est la sensibilité de ce manomètre ?

Exercice 11

Dans un tube en U de section constante s , on verse du mercure (masse volumique ρ) en quantité suffisante pour que les interfaces du mercure demeurent au-dessus des parties coudées.

Les différents liquides évoqués dans cet exercice sont non miscibles.

- On verse dans la branche (1), un liquide de masse volumique ρ_1 inconnue, jusqu'à une hauteur h_1 . Représenter sur une figure l'équilibre obtenu. On notera h le dénivelé entre la surface libre du mercure et son interface avec le liquide versé. Déterminer une relation entre ρ , ρ_1 , h et h_1 .
- On verse dans la branche (2), de l'eau de masse volumique ρ_2 sur une hauteur h_2 suffisante pour que le mercure soit au même niveau dans les deux branches. En déduire l'expression de ρ_1 en fonction de ρ_2 , h_1 et h_2 (figure ci-dessous).



- Application numérique : $\rho_2 = 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$, $h_1 = 20 \text{ cm}$, $h_2 = 16 \text{ cm}$.
- On place maintenant, dans la branche (1), sur la surface du liquide, un piston étanche pouvant coulisser sans frottement et dont la masse m est choisie pour que les surfaces liquides soient au même niveau dans les deux branches du tube.
 - Quelle est la dénivellation du mercure ? Dans quel sens ?
 - Quelle est la valeur de m ? On prendra $s = 1 \text{ cm}^2$; $\rho(\text{mercure}) = 13,6 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$.

Exercice 12

Un récipient de section $S_1 = 0,25 \text{ m}^2$ est relié à un tube de section $S_2 = 10 \text{ cm}^2$. Le système contient un liquide 1 de masse volumique $\rho_1 = 1,3 \cdot 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$. À la surface du récipient on positionne une plaque (de masse négligeable) qui peut coulisser sans frottements et sans fuite sur laquelle on pose un "poids" de masse $m = 10 \text{ kg}$. Dans le tube on ajoute un volume $V_2 = 100 \text{ cm}^3$ d'un liquide 2 non miscible. L'ensemble est entouré de l'air à la pression atmosphérique P_0 .

On donne :

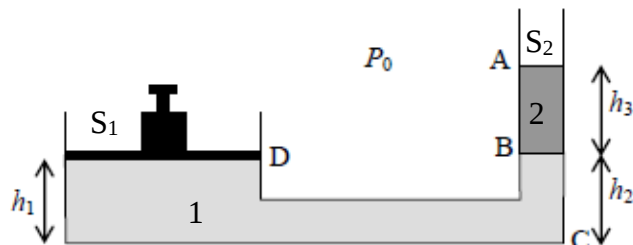
Pression atmosphérique : $P_0 = 10^5 \text{ Pa}$,

Accélération de la pesanteur : $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$,

$h_1 = z_D - z_C = 10 \text{ cm}$,

$h_2 = z_B - z_C = 7,5 \text{ cm}$.

Le schéma ci-contre n'est pas à l'échelle.

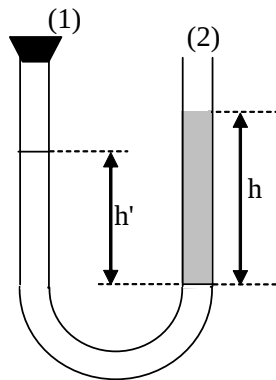
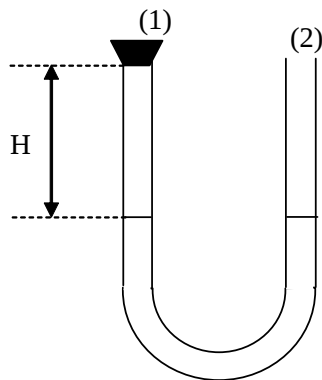


- Exprimer en fonction des données la pression P_D dans le liquide 1 au niveau de la surface S_1 .
- Exprimer en fonction des données puis calculer la masse volumique ρ_2 du liquide 2.

Exercice 13

Dans un tube en U de section constante S , on verse de l'eau (masse volumique ρ_1) en quantité suffisante pour que les interfaces de l'eau demeurent au-dessus des parties coudées. On ferme la branche (1) avec un bouchon parfaitement étanche. Dans celle-ci, l'air, considéré comme un gaz parfait, est emprisonné sur une hauteur H et est à la pression atmosphérique P_0 (figure de gauche). On verse alors, dans la branche (2), de l'huile d'olive (masse volumique ρ_2) sur une hauteur h . On note h' le dénivelé entre la surface "libre" de l'eau (tube de gauche) et son interface avec l'huile (tube de droite, cf figure de droite). On appelle P_3 la nouvelle pression de l'air emprisonné dans la branche (1) et P_2 la pression de l'eau à son interface avec l'huile.

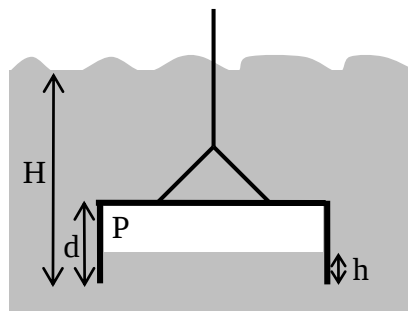
On rappelle que l'eau et l'huile ne sont pas miscibles. La température des différents fluides est constante.



1. A partir de la loi des gaz parfaits, exprimer P_3 en fonction de P_0 , H et h' . On pensera à utiliser la conservation du volume de l'eau pour exprimer la hauteur de gaz en fonction de H et h' .
2. Exprimer P_3 en fonction de P_0 , des masses volumiques des liquides et des hauteurs h et h' .
3. Expérimentalement, on mesure initialement $H = 25$ cm. On verse l'huile d'olive dans la branche (2), afin que $h = 50$ cm. On donne $\rho_2 = 900$ kg/m³ et $g = 10$ m/s².
- 3.1. A partir de vos résultats précédents et des données ci-dessus, déterminer deux équations exprimant P_3 uniquement en fonction de h' .
- 3.2. Simplifier ces équations de manière à ce que P_3 soit exprimée en bar. On rappelle que 1 bar = 10⁵ Pa.
- 3.3. En déduire que P_3 (exprimée en bar) vérifie l'équation : $10P_3^2 - 9,95P_3 - 0,5 = 0$.
- 3.4. Calculer P_3 en bar.

Exercice 14

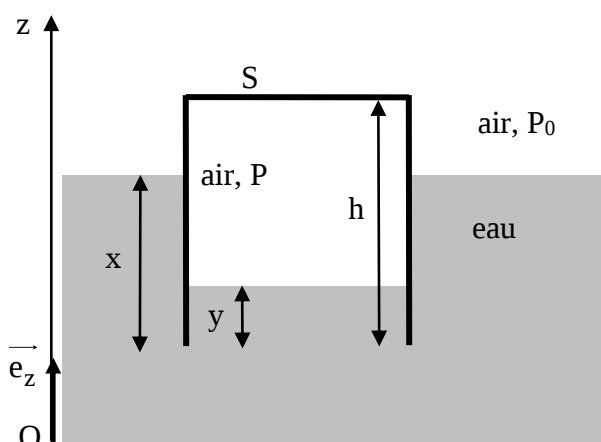
Une cloche de plongée est constituée d'une cuve de hauteur d . Lorsqu'elle pénètre dans l'eau, de masse volumique ρ , un volume d'air (considéré comme un gaz parfait, initialement à la pression atmosphérique $P_0 = 1$ atm) est emprisonné. Lorsque la cloche est à une profondeur H , l'air emprisonné est à la pression P et l'eau est alors montée d'une hauteur h dans la cuve. Un espace de hauteur $(d - h)$ est donc disponible pour que les plongeurs viennent y respirer. On considère que la température de l'air emprisonné ne varie pas.



1. Exprimer H en fonction de h , P_0 , ρ , g et d .
2. A quelle profondeur limite H peut-on placer la cuve si $d = 1$ m et si l'on veut disposer d'un espace de 50 cm pour respirer ? On prendra $\rho = 10^3$ kg.m⁻³ et $g = 10$ m.s⁻².

Exercice 15

On renverse une cloche cylindrique de section S , de hauteur h et de masse m , et on la laisse descendre verticalement dans une cuve d'eau au repos. La cloche s'enfonce dans l'eau en emprisonnant l'air qu'elle contenait et qui occupait initialement son volume intérieur V_0 . A l'équilibre, la cloche flotte. On note y la hauteur d'eau dans la cloche, $(h - y)$ correspond donc à la hauteur occupée par l'air dans la cloche, de pression P homogène. On note x la hauteur à laquelle monte l'eau de la cuve par rapport au bas de la cloche, $(h - x)$ correspond donc à la hauteur de cloche qui dépasse de l'eau. On néglige l'épaisseur des parois de la cloche. On note T_0 la température (supposée constante) des fluides (eau et air), P_0 la pression atmosphérique, ρ la masse volumique constante de l'eau et g la pesanteur terrestre. On assimile l'air à un gaz parfait.



On définit un axe Oz vertical et ascendant portant le vecteur unitaire $\vec{e}_z$.

1. Exprimer le poids de la cloche et les forces de pression qui s'appliquent sur la surface horizontale S de la cloche en fonction de g , P , P_0 , S , m et du vecteur unitaire $\vec{e}_z$, après avoir représenté ces forces sur le schéma ci-dessus.
2. En déduire la relation vérifiée par la pression P si la cloche est à l'équilibre et flotte.
3. Déterminer la hauteur y en fonction de h , P_0 et P , puis en fonction de h , P_0 , S , m et g .
4. Exprimer la hauteur x en fonction de y , ρ , g , P_0 et P .
5. En déduire que x peut s'écrire : $x = \frac{m}{\rho S} + \frac{mgh}{P_0 S + mg}$.
6. Quelle relation doit-on avoir entre x et h pour que la cloche flotte ? Montrer alors que la cloche flotte si $h > \frac{m}{\rho S} \left(1 + \frac{mg}{P_0 S} \right)$.
7. Réécrire numériquement cette condition sachant que $m = 1 \text{ kg}$, $S = 10 \text{ cm}^2$, $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$, $\rho = 1 \text{ kg.L}^{-1}$ et $P_0 = 10 \text{ m H}_2\text{O}$.

Exercice 16

On considère un modèle où la température de l'atmosphère terrestre est une fonction de z telle que :

$$T(z) = T(0) \frac{z_0}{z_0 + z} \text{ avec } T(0) = 300\text{K}.$$

1. Déterminer la constante z_0 , sachant que la température diminue de 7,5 mK par m au niveau de $z = 0$.
2. Rappeler la loi de l'hydrostatique dans le champ de pesanteur terrestre, $\vec{g}$, supposé uniforme. On notera $\rho(z)$ la masse volumique de l'atmosphère en fonction de l'altitude z .
3. Déterminer la loi $P(z)$ donnant l'évolution de la pression de l'atmosphère en fonction de z sachant que la pression au niveau de la mer est $P(0) = P_0 = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. On assimilera l'atmosphère à un gaz parfait de masse molaire $M = 29 \text{ g/mol}$ et on rappelle la valeur de la constante des gaz parfaits $R = 8,314 \text{ J/K/mol}$.
4. Que vaut P pour $z = 10 \text{ km}$? On prendra $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$.

Exercice 17

Selon le modèle de l'«Atmosphère Standard Internationale» (A.S.I), on admet que dans la troposphère (entre 0 et 11 km d'altitude) la température T varie avec l'altitude z selon une loi de la forme : $T(z) = T_0 + Az$, où T_0 est la température au sol et A une constante. L'air est assimilé à un gaz parfait de masse molaire M et sa pression au niveau du sol est P_0 .

On note g la norme du champ de pesanteur uniforme et R la constante des gaz parfaits.

1. Montrer que l'évolution de la pression P avec l'altitude z dans la troposphère en équilibre hydrostatique vérifie l'équation différentielle : $\frac{dP}{P} = -\frac{Mg}{R(T_0 + Az)} dz$.
2. Établir la loi $P(z)$ en fonction des données.
3. Calculer la température T_1 et la pression P_1 à 11 km d'altitude.

Données numériques : $T_0 = 15,0 \text{ }^\circ\text{C}$; $P_0 = 101,3 \text{ kPa}$; $g = 9,80 \text{ m.s}^{-2}$; $R = 8,31 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$; $M = 29,0 \text{ g.mol}^{-1}$

et $\frac{dT}{dz} = -6,50 \text{ K.km}^{-1}$.

Exercice 18

Dans la troposphère, région de l'atmosphère terrestre d'altitude inférieure à 11 km, la température $T(z)$ varie avec l'altitude z comptée à partir du sol selon :

- entre $z = 0$ et $z_1 = 2 \text{ km}$: $T(z) = \frac{T_0}{1 + az}$

- entre $z_1 = 2 \text{ km}$ et $z_2 = 9 \text{ km}$: $T(z) = T_1(1 - bz)$

- entre $z_2 = 9 \text{ km}$ et $z_3 = 11 \text{ km}$: $T(z) = T_2\sqrt{1 - cz}$

où T_0 , T_1 , T_2 , a , b et c sont des constantes positives.

On assimilera l'air à un gaz parfait de masse molaire $M = 29 \text{ g/mol}$ et on rappelle la constante des gaz parfaits : $R = 8,314 \text{ J/K/mol}$. On donne la pesanteur terrestre, $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$.

1. Etablir les lois $P(z)$ de variation de la pression avec z dans les différentes couches de la troposphère en équilibre hydrostatique, en fonction des données et des pressions P_0 et P_2 respectivement au sol et à l'altitude z_2 . On supposera que $P(z)$ varie continûment dans la troposphère.
2. La température et la pression au niveau du sol sont respectivement de 290 K et de 1,013 bar (1 atm). La température décroît de 1°C pour 140 m au voisinage du sol et de 1°C pour 125 m à l'altitude $z = 5$ km. Les pressions aux altitudes z_2 et z_3 sont respectivement $P_2 = 0,280$ atm et $P_3 = 0,200$ atm.
 - 2.1. Déterminer les constantes T_0 , T_1 , a , b et c . On donne $T_2 = 305$ K. On supposera que la température $T(z)$ est une fonction continue de z dans la troposphère.
 - 2.2. Calculer les pressions aux altitudes $z = 1$ km, 6 km et 11 km.

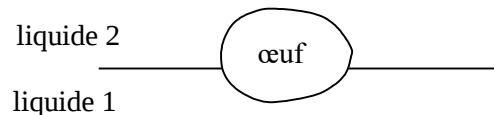
Exercice 19

Un tonneau vide de 50 kg flotte sur l'eau : son volume hors de l'eau (partie non immergée) est de 450 litres. On prend $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$.

1. Quel est le volume total du tonneau ?
2. Rempli de whisky ($\rho_{\text{whisky}} = 900 \text{ kg.m}^{-3}$), ce tonneau flotte-t-il ou coule-t-il ?

Exercice 20

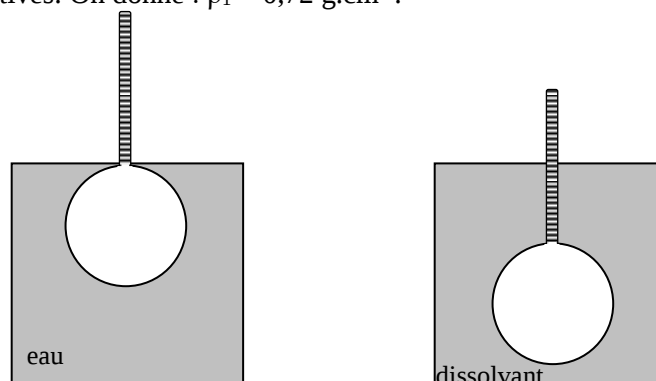
Pour déterminer la densité d'un œuf de parasite intestinal, on le place à l'interface entre deux fluides de masses volumiques ρ_1 et ρ_2 . Les deux fluides ne se mélangent pas. L'œuf est en équilibre, une partie dans le premier fluide et une partie dans le second.



1. Quelle fraction du volume de l'œuf se trouve dans chaque liquide ?
AN : $\rho_1 = 1,5.10^3 \text{ Kg.m}^{-3}$; $\rho_2 = 1,0.10^3 \text{ kg.m}^{-3}$; $\rho_{\text{œuf}} = 1,1.10^3 \text{ kg.m}^{-3}$.
2. Un autre œuf de parasite intestinal a 70% de son volume immergé dans le liquide 1. Quelle est sa masse volumique ?

Exercice 21

Un densimètre, servant à mesurer la densité d'un liquide par rapport à l'eau, est constitué d'un ballon sphérique de rayon $R = 12$ mm, lesté et surmonté d'un tube cylindrique de rayon $r = 2$ mm portant des graduations régulièrement espacées d'une distance ℓ . La masse totale du densimètre est notée M . Plongé dans l'eau pure de masse volumique ρ_0 , le densimètre affleure à l'équilibre la graduation $n = 0$ située à la base du tube (figure de gauche). Plongé dans du dissolvant de masse volumique ρ_1 , il affleure la graduation $n_1 = 80$ (figure de droite). On note V le volume du ballon sphérique et V' le volume du tube délimité par deux graduations consécutives. On donne : $\rho_1 = 0,72 \text{ g.cm}^{-3}$.



1. En traduisant l'équilibre du densimètre, déterminer la relation entre ρ_0 , ρ_1 , V , V' et n_1 .
2. En déduire la valeur numérique de V' puis la distance ℓ .
3. Le densimètre est maintenant plongé dans du benzène. Il affleure à la graduation $n_2 = 28$. En déduire la densité d du benzène par rapport à l'eau.

Exercice 22

1. Un glaçon flotte dans l'eau remplissant ainsi un verre à ras bord. Le glaçon fond. Le verre débordera-t-il ?
 Ou autrement dit, la fonte des icebergs influe-t-elle sur l'élévation du niveau de la mer ?
2. Un morceau de glace ($\rho \approx 0,92.10^3 \text{ kg.m}^{-3}$) flotte à la surface de l'eau.

- 2.1. Quelle est la fraction de son volume se trouvant dans l'eau ?
- 2.2. Quel doit être le volume minimum de ce morceau de glace pour soutenir un homme de 70 kg ?
3. Un cube d'acier de densité $d > 1$ repose sur une péniche flottant dans une écluse. On jette le cube d'acier par-dessus bord. Que fait le niveau de l'eau ?

Exercice 23

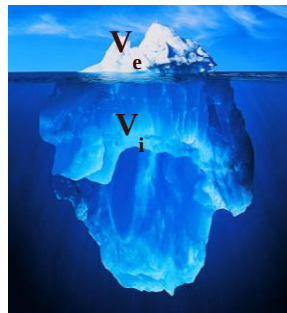
Quelques glaçons flottent dans un verre de whisky, rempli à ras bord. Il fait très chaud et les glaçons se mettent à fondre assez rapidement.

On donne les masses volumiques de la glace $\rho_g = 917 \text{ kg.m}^{-3}$, de l'eau $\rho_0 = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$ et du whisky $\rho_w = 947 \text{ kg.m}^{-3}$.

1. Déterminer le pourcentage du volume des glaçons qui se trouve immergé dans le whisky.
2. Que va faire le niveau de liquide dans le verre lorsque tous les glaçons auront fondu ? Rester le même, déborder ou descendre ? Justifiez votre réponse. On négligera tout effet dû à la tension superficielle des liquides.

Exercice 24

Si le volume émergé d'un iceberg est $V_e = 1,00 \text{ m}^3$, quel est son volume immergé V_i ? On donne la densité de la glace $d_g = 0,917$.



Exercice 25

I. Un cadre métallique carré de 5 cm de côté est déposé dans un bain de mazout. Pour séparer le cadre du liquide, il faut exercer une force de $7,32 \cdot 10^{-3} \text{ N}$. Calculer la tension superficielle du mazout.

II. Un liquide a une constante de tension superficielle $\gamma = 25 \cdot 10^{-3} \text{ N.m}^{-1}$. Avec ce liquide, on souffle une bulle de savon de rayon $R = 3 \text{ cm}$.

1. Calculer la surpression à l'intérieur de cette bulle.
2. La pression extérieure étant égale à 10^5 Pa , calculer le travail des forces de tension superficielle nécessaire pour créer la bulle.

Exercice 26

Cette pièce de monnaie hydrophobe (non mouillée) de rayon $r = 8 \text{ mm}$ et d'épaisseur $e = 1 \text{ mm}$ a une masse volumique ρ supérieure à celle de l'eau. On néglige toute poussée d'Archimède.

Données numériques : $g = 10 \text{ m/s}^2$, tension superficielle de l'eau à 10°C : $\gamma = 74,2 \text{ mN/m}$.

En considérant les forces agissant sur cette pièce, donner la condition sur la masse volumique ρ pour que cette pièce puisse flotter sur l'eau bien qu'elle soit plus dense que l'eau.



Exercice 27

On dépose délicatement et horizontalement à la surface d'une eau pure, une aiguille à coudre en acier, assimilée à un cylindre de longueur L et de diamètre constant D tel que $D \ll L$. On constate alors que l'aiguille flotte (horizontalement) et que l'eau ne la mouille pas. On note ρ_0 la masse volumique de l'eau, ρ_1 celle de l'acier, ρ_2 celle de l'air, γ la tension superficielle de l'eau et g la norme de l'accélération de la pesanteur.

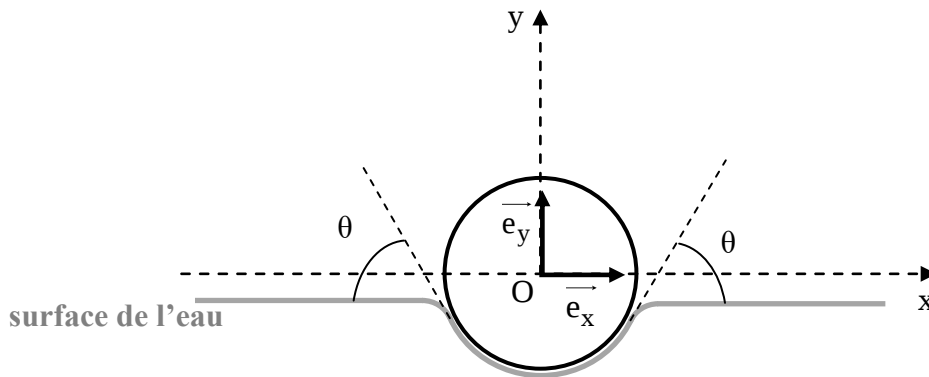
Soit $\vec{F}_T$ la résultante des forces de tension superficielle s'exerçant sur l'aiguille. On néglige la contribution à $\vec{F}_T$ des interfaces entre l'eau et les extrémités de l'aiguille car les forces capillaires exercées sur ces deux bouts agissent sur une longueur totale très petite devant la longueur des lignes de contacts latérales.

On néglige la poussée d'Archimède exercée sur l'aiguille.

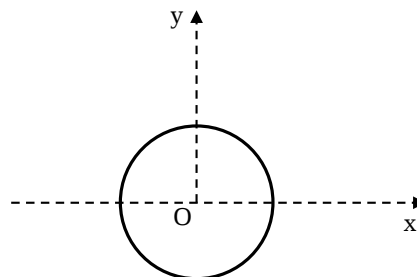
Le schéma ci-après représente une vue transversale de l'aiguille dans le plan xOy , $\vec{e}_x$ et $\vec{e}_y$ sont les vecteurs unitaires portés respectivement par les axes Ox et Oy . On note θ l'angle que fait la tangente à la surface de l'eau avec l'horizontale, à proximité immédiate de l'aiguille.

Données :

$\rho_1 = 8 \text{ g.cm}^{-3}$; $\rho_2 = 1,3.10^{-3} \text{ g.cm}^{-3}$; $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$ et $\gamma = 73 \text{ mN.m}^{-1}$.

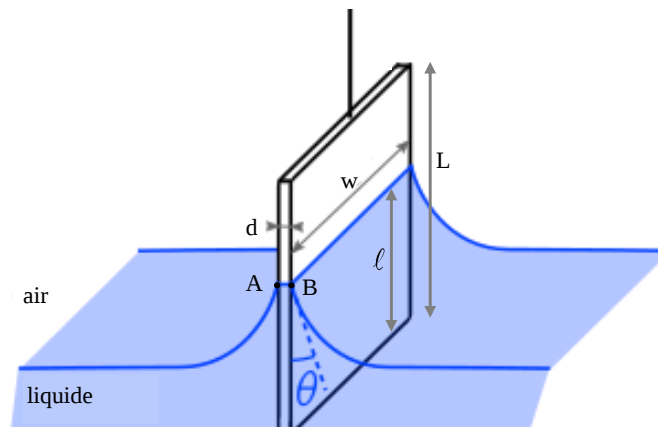


1. En comparant le poids de l'aiguille à la poussée d'Archimède s'exerçant sur elle, justifier que l'on puisse négliger la poussée d'Archimède.
2. Quelles sont les forces extérieures agissant sur l'aiguille ? Les représenter sur le schéma ci-dessus.
3. Déterminer l'expression de $\vec{F}_T$ en fonction de θ , γ , L et $\vec{e}_y$.
4. Montrer que l'équilibre de l'aiguille implique la relation : $D = 2 \sqrt{\frac{2\gamma \sin \theta}{\pi \rho_1 g}}$.
5. Exprimer puis calculer le diamètre maximal D_M de l'aiguille, au-delà duquel celle-ci ne peut pas flotter sur l'eau (l'aiguille coule). Représenter sur le schéma ci-dessous la surface de l'eau et les forces extérieures agissant sur une aiguille en acier de diamètre D_M .



Exercice 28

Une plaque mince de longueur L , de largeur w et d'épaisseur d , est partiellement plongée dans un liquide sur une distance ℓ . Cette plaque est faite d'un matériau ayant subi un traitement de surface pour une mouillabilité optimale par rapport à ce liquide (cf. figure ci-après). On note γ la tension superficielle à l'interface air-liquide.



1. Représenter les forces de tension superficielle aux points A et B sur la figure ci-dessus.

2. Soit $\vec{F}_T$ la résultante des forces de tension superficielle s'exerçant sur la plaque.

a) Préciser le sens et la direction de $\vec{F}_T$.

b) Exprimer la norme de $\vec{F}_T$ en fonction de θ , γ et des dimensions pertinentes pour cette grandeur.

Remarque : Une telle plaque reliée à une balance de précision constitue un appareil de mesure de la tension superficielle à l'interface air-liquide (balance de Wilhelmy). Celui-ci est très utilisé dans l'étude des films bidimensionnels de tensioactifs présents à l'interface air-liquide (films de Langmuir).

Exercice 29

Un gerris (ou punaise d'eau), de masse m , est en sustentation sur l'eau (c'est-à-dire situé à faible distance au-dessus de la surface de l'eau et sans contact avec elle) grâce, entre autres, à la présence de poils hydrophobes à l'extrémité de ses 6 pattes. Chaque patte, non mouillante, produit une dépression topographique h sans pénétrer la surface de l'eau (voir figure 1 ci-après).

On suppose qu'au niveau de chaque patte de l'insecte, il y a la formation d'une surface concave et que la force élémentaire de tension superficielle $d\vec{F} = dF_u \vec{u}$ agissant sur un élément de longueur $d\ell$ du cercle de contact de rayon r est inclinée d'un angle de déformation de surface ϕ par rapport à la verticale (voir figure 2 ci-après).

On donne : $r = 5 \text{ mm}$, la tension superficielle de l'eau $\gamma = 72,8 \text{ mN.m}^{-1}$, la norme de la pesanteur terrestre $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$.



Figure 1)

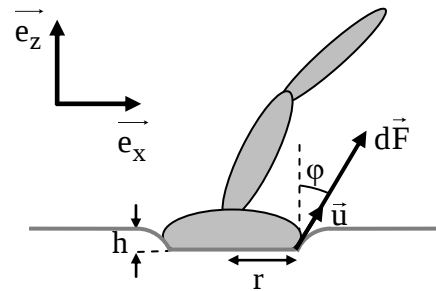


Figure 2)

1. Exprimer la composante dF_u selon $\vec{u}$ de la force $d\vec{F}$, en fonction des données.
2. En déduire $\vec{F}$ (sens, direction et norme), la résultante des forces de tension superficielle s'exerçant sur une patte, en expliquant précisément votre raisonnement.
3. En supposant que toute poussée d'Archimède agissant sur l'insecte est négligeable et que celui-ci est en équilibre sur l'eau, déterminer une relation entre r , ϕ , γ , m et g .
4. En déduire la masse de l'insecte sachant que $\phi = 35^\circ$.
5. Quelle est la masse maximale d'un gerris pour qu'il puisse flotter sur l'eau ?
6. Le gerris est considéré comme bio-indicateur d'une eau non polluée par un surfactant. Expliquer précisément pourquoi.

Exercice 30

Une goutte d'eau, supposée sphérique et de diamètre $D = 1 \text{ mm}$, tombe sur une surface solide hydrophobe (absence de mouillage de la surface). La goutte d'eau se fragmente en 8 gouttelettes identiques, également supposées sphériques, de diamètre d .

Données numériques :

Tension superficielle de l'eau : $\gamma = 73,5 \text{ mN/m}$; masse volumique de l'eau $\rho = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$; $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$.

1. Exprimer d en fonction de D .
2. Comparer les énergies de surface E_{S_1} et E_{S_2} respectivement de la goutte et de l'ensemble des 8 gouttelettes. On exprimera $\Delta E_S = E_{S_2} - E_{S_1}$ en fonction de γ et de D . Conclure sur l'état le plus favorable énergétiquement.

3. Sachant que l'énergie (minimale) nécessaire pour passer d'un état à l'autre est égale au travail de la force de pesanteur, $W = mgh$, montrer que la goutte d'eau est tombée d'une hauteur (minimale) h vérifiant :

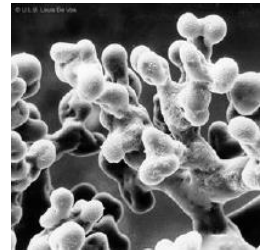
$$h = \frac{6\gamma}{\rho g D}. \text{ Calculer } h.$$

Exercice 31

On rappelle, avec les notations du cours, la loi de Laplace pour une goutte

sphérique de rayon r : $\Delta P = \frac{2\gamma}{r}$.

L'image de microscopie ci-contre montre que les alvéoles pulmonaires peuvent être assimilées à des « grappes » de gouttes sphériques reliées entre elles. La paroi interne des alvéoles est recouverte d'un mince film aqueux en contact avec le gaz alvéolaire, donnant lieu à une interface air/liquide.



- a) On modélise une alvéole pulmonaire par une petite bulle d'air de rayon 0,1 mm, « immergée » dans un liquide. On suppose que le liquide est de l'eau pure. Calculer la surpression dans l'alvéole sachant que la tension superficielle de l'eau est égale à 70 mN/m à 37°C.
 - b) Quelle serait la valeur d'une masse qui, posée sur notre poitrine dont la surface peut être estimée à 0,1 m², exercerait cette surpression ? Commenter.
 - c) En réalité, le liquide présent sur la paroi interne de l'alvéole contient un agent tensio-actif, le surfactant pulmonaire. Quel est le rôle de ce surfactant ?
- On considère à présent deux alvéoles A et B modélisées comme suit. P_{iA} et P_{iB} sont les pressions de l'air dans les alvéoles respectivement A et B. Expliquer ce qu'il se passerait pour ces alvéoles si elles n'étaient recouvertes que d'un film d'eau pure.

