

CORRIGE – Notre Dame de La Merci - Montpellier

Exercice 1 :

Vous avez 20 € pour prendre un taxi. La course coûte 5 € plus 2,50 € par kilomètre.

On désigne par m le nombre de kilomètres parcourus.

Écrire une inéquation permettant de calculer à combien de kilomètres le taxi pourra vous conduire avec 20€

Soit m le nombre de kilomètres parcourus :

$$5 + 2,5m \leq 20$$

$$\Leftrightarrow 2,5m \leq 20 - 5$$

$$\Leftrightarrow 2,5m \leq 15$$

$$\Leftrightarrow m \leq \frac{15}{2,5}$$

$$\Leftrightarrow m \leq 6$$

Avec 20 €, on pourra parcourir au maximum 6 kilomètres.

Exercice 2 :

Un commerçant dépense 75 € pour fabriquer 150 glaces. Le prix d'une glace est de 2,50 €.

Combien doit-il faire de glace pour réaliser un bénéfice supérieur à 76 €.

Soit x le nombre de glaces réalisées, le bénéfice est la différence entre ce que l'on gagne (les recettes) et ce que l'on a dépensé pour produire les glaces :

$$\text{bénéfice} = \text{recettes} - \text{coûts} = 2,50 \times x - 75$$

On veut un bénéfice supérieur à 76 €, soit :

$$2,50x - 75 > 76$$

$$\Leftrightarrow 2,50x > 76 + 75$$

$$\Leftrightarrow 2,50x > 151$$

$$\Leftrightarrow x > \frac{151}{2,50}$$

$$\Leftrightarrow x > 60,4$$

Le commerçant aura un bénéfice supérieur à 76 € à partir de la 61^{ème} glace.

Exercice 3 :

Voici les tarifs annuels de l'eau dans deux communes :

- *La commune A facture un abonnement annuel de 32 € puis 1,13 € le m^3 d'eau consommé*
- *La commune B facture un abonnement annuel de 14 € puis 1,72 € le m^3 d'eau consommé*

À partir de quelle consommation d'eau au dixième de m^3 près, le tarif de la commune A est-il plus avantageux que le tarif de la commune B ?

Soit x le nombre de m^3 d'eau consommés.

Le coût de la commune A serait égal à : $32 + 1,13 \times x$.

Le coût de la commune B serait égal à : $14 + 1,72 \times x$.

La question posée revient à résoudre :

$$32 + 1,13 \times x < 14 + 1,72 \times x$$

$$\Leftrightarrow 1,13x < 14 + 1,72x - 32$$

$$\Leftrightarrow 1,13x - 1,72x < 14 - 32$$

$$\Leftrightarrow -0,59x < -18$$

$$\Leftrightarrow x > \frac{-18}{-0,59}$$

$$\Leftrightarrow x > 30,5$$

Le tarif de la commune A est plus avantageux que le tarif de la commune B à partir de 30,6 m³ d'eau consommés.

Exercice 4 :

Eric vient de faire le plein de sa voiture. Le réservoir de sa voiture contient 54 ℓ de carburant et sa consommation est de 7 ℓ pour 100 km.

Quand Éric doit-il faire de nouveau le plein de sa voiture s'il ne veut pas être sur la réserve de 5 ℓ du réservoir ?

Soit x le nombre de km parcourus par Eric. Il souhaite refaire le plein avant d'avoir utilisé 49 l d'essence.

La consommation du véhicule étant proportionnelle au nombre de kilomètres parcourus, par un produit en croix, on obtient la relation suivante :

7 litres	100 km
49 litres	x km

$$\begin{aligned} 7 \times x &= 49 \times 100 \\ \text{soit : } x &= \frac{49 \times 100}{7} = 700 \end{aligned}$$

La consommation doit être inférieure à 700 km.

Avec une inéquation : soit m le nombre de litres d'essences consommés, Eric souhaite que :

$$m < 49$$

La consommation du véhicule étant proportionnelle au nombre de kilomètres parcourus, par un produit en croix, on obtient la relation suivante :

7 litres	100 km
m litres	x km

$$\begin{aligned} 100 \times m &= 7 \times x \\ \text{soit : } m &= \frac{7 \times x}{100} \end{aligned}$$

L'inéquation $m < 49$ devient :

$$\begin{aligned} \frac{7 \times x}{100} &< 49 \\ \Leftrightarrow 7 \times x &< 49 \times 100 \\ \Leftrightarrow x &< \frac{4900}{7} \\ \Leftrightarrow x &< 700 \end{aligned}$$

Eric doit refaire le plein avant 700 km.

Exercice 5 :

Un camion pesant à vide 2 tonnes doit passer un pont limité à 6 tonnes.

Combien de caisses de 118 kg peut-il transporter ?

Soit x le nombre de caisses transportées.

On désire que :

$$\begin{aligned} 2000 + x \times 118 &< 6000 \\ \Leftrightarrow 118x &< 6000 - 2000 \\ \Leftrightarrow x &< \frac{4000}{118} \\ \Leftrightarrow x &< 33,9 \end{aligned}$$

Le camion doit transporter au maximum 33 caisses.

Exercice 6 :

Un motard poursuit une voiture sur une autoroute. La voiture est à 150 km de la sortie et roule à 120 km/h. Le motard roule à 130 km/h et se situe x km derrière la voiture.

Pour quelles valeurs de x le motard rattrape-t-il la voiture avant la sortie ?

La vitesse est en kilomètres par heure, d'où votre formule de physique :

$$v = \frac{d}{t} \Leftrightarrow v \times t = d \Leftrightarrow t = \frac{d}{v}$$

Le motard rattrapera la voiture si son temps de parcours est inférieur à celui de la voiture pour atteindre la sortie.

Le temps mis par la voiture est :

$$t_1 = \frac{d}{v} = \frac{150}{120} = \frac{5}{4} = 1,25 \text{ heure (une heure et } 60 \times \frac{25}{100} = 15 \text{ minutes)}$$

Le temps mis par le motard est :

$$t_2 = \frac{d}{v} = \frac{150+x}{130}$$

Le motard rattrapera la voiture si $t_2 \leq t_1$ soit :

$$\begin{aligned} \frac{150+x}{130} &\leq 1,25 \\ \Leftrightarrow 150+x &\leq 1,25 \times 130 \\ \Leftrightarrow x &\leq 1,25 \times 130 - 150 \\ \Leftrightarrow x &\leq 12,5 \end{aligned}$$

C'est-à-dire si la distance de retard est inférieure ou égale à 12,5 km.

Exercice 7 :

Deux opérateurs téléphoniques proposent les tarifs suivants : 0,16 € la minute avec un abonnement de 12 € pour le premier et 0,28 € sans abonnement pour le second.

Pour quelles durées de communication le premier opérateur est-il plus avantageux ?

Soit x la durée du temps de communication.

Avec le premier opérateur, le tarif est :

$$f(x) = 0,16x + 12$$

Avec le deuxième opérateur, le tarif est :

$$g(x) = 0,28x$$

Le premier opérateur est plus intéressant si $f(x) < g(x)$, soit :

$$\begin{aligned} 0,16x + 12 &< 0,28x \\ \Leftrightarrow 12 &< 0,28x - 0,16x \\ \Leftrightarrow 12 &< 0,12x \\ \Leftrightarrow \frac{12}{0,12} &< \frac{0,12x}{0,12} \\ \Leftrightarrow 100 &< x \end{aligned}$$

Soit à partir de 100 minutes de communication.

Exercice 8 :

Soit un rectangle de 6 cm par 10 cm. De combien de cm peut-on augmenter sa largeur et sa longueur pour que son périmètre reste inférieur à 96 cm ?

Soit x la longueur ajoutée à la longueur et à la largeur. Le nouveau périmètre devient :

$$2 \times (\text{longueur} + \text{largeur}) = 2 \times ((10+x) + (6+x)) = 2 \times (10+x+6+x) = 2 \times (2x+16) = 4x+32$$

Ce périmètre reste inférieur à 96 si :

$$\begin{aligned} 4x + 32 &< 96 \\ \Leftrightarrow 4x &< 96 - 32 \\ \Leftrightarrow 4x &< 64 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \frac{4x}{4} < \frac{64}{4}$$

$$\Leftrightarrow x < 16.$$

On ne peut allonger les longueur et largeur de plus de 16 cm si on souhaite un périmètre inférieur à 96 cm.

Exercice 9 :

On propose à un représentant deux offres d'emploi.

La société A lui propose un fixe mensuel de 1000 € avec un intéressement de 15 % sur montant des ventes effectuées. La société B lui propose un fixe de 600 € avec un intéressement de 25 %. Le représentant hésite puis se décide pour la société B. Quelle montant minimum de ventes pense-t-il réaliser par mois ?

Soit x le montant des ventes.

La société A rémunérerait :

$$1000 + 15\% \times x = 0,15x + 1000$$

La société B rémunérerait :

$$600 + 25\% \times x = 0,25x + 600$$

Le commercial estime que la société B le rémunérerait mieux, donc que le montant de ses ventes vérifierait :

$$0,15x + 1000 < 0,25x + 600$$

$$\Leftrightarrow 0,15x + 1000 - 0,25x < 600$$

$$\Leftrightarrow -0,1x + 1000 < 600$$

$$\Leftrightarrow -0,1x < 600 - 1000$$

$$\Leftrightarrow -0,1x < -400$$

$$\Leftrightarrow \frac{-0,1x}{-0,1} > \frac{-400}{-0,1}$$

$$\Leftrightarrow x > 4000$$

Le commercial pense réaliser plus de 4000 € de ventes par mois.

Exercice 10 :

Un particulier a des marchandises à faire transporter. Un premier transporteur lui demande 460 € au départ et 3,50 € par kilomètre. Un second transporteur lui demande 1 000 € au départ et 2 € par kilomètre.

Pour quelles distances à parcourir est-il plus avantageux de s'adresser au second transporteur ?

Soit x le nombre de kilomètres.

Le tarif du premier transporteur est :

$$3,5x + 460$$

Le tarif du deuxième transporteur est :

$$2x + 1000.$$

Le deuxième tarif est plus intéressant si :

$$3,5x + 460 > 2x + 1000$$

$$\Leftrightarrow 3,5x + 460 - 2x > 1000$$

$$\Leftrightarrow 1,5x + 460 > 1000$$

$$\Leftrightarrow 1,5x > 1000 - 460$$

$$\Leftrightarrow 1,5x > 540$$

$$\Leftrightarrow \frac{1,5x}{1,5} > \frac{540}{1,5}$$

$$\Leftrightarrow x > 360$$

A partir de 360 km.

Exercice 11 :

Les parents d'Evan souhaitent acheter une voiture.
Ils parcourent en moyenne 25 000 km par an et voudraient conserver ce véhicule au moins 3 ans. Ils hésitent entre deux modèles.
Un modèle diesel à 29 500 € et un modèle essence à 25 000€.



Modèle 1 : Véhicule diesel. Consommation moyenne aux 100 km : 4,2 L.	Modèle 2 : Véhicule essence. Consommation moyenne aux 100 km : 6,4 L.
Prix moyen au litre des carburants :	
Gazole : 1,339 €	Essence : 1,449 €

Au bout de combien d'années le diesel devient-il plus avantageux ?

Soit x le nombre d'années.

La consommation d'essence du véhicule diesel est : $\frac{25\,000}{100} \times 4,2 = 1050$ litres par an.

La consommation d'essence du véhicule essence est : $\frac{25\,000}{100} \times 6,4 = 1600$ litres par an.

Les frais du véhicule diesel sont :

$$29\,500 + 1050 \times 1,339 \times x = 1405,95x + 29\,500$$

Les frais du véhicule essence sont :

$$25\,000 + 1600 \times 1,449 \times x = 2318,40x + 25\,000$$

Le diesel devient plus avantageux lorsque :

$$1405,95x + 29\,500 < 2318,40x + 25\,000$$

$$\Leftrightarrow 1405,95x + 29\,500 - 2318,40x < 25\,000$$

$$\Leftrightarrow -912,45x + 29\,500 < 25\,000$$

$$\Leftrightarrow -912,45x < 25\,000 - 29\,500$$

$$\Leftrightarrow -912,45x < -4\,500$$

$$\Leftrightarrow \frac{-912,45x}{-912,45} > \frac{-4\,500}{-912,45}$$

$$\Leftrightarrow x > 4,931777$$

Le diesel devient plus intéressant à partir de la 5^{ème} année.