

Exercice 1 (méthode de Lagrange)

On considère l'équation différentielle (E) : $x^2 y'' - 3xy' + 4y = \frac{x^3}{(1+x)^2}$

- 1) Résoudre l'équation différentielle $xy' + y = \frac{1}{(x+1)^2}$ sur $]0, +\infty[$
- 2) Déterminer les solutions polynomiales de l'équation homogène associée à (E) (on pourra commencer par chercher une condition nécessaire sur le degré)
- 3) En déduire toutes les solutions de (E) sur $]0, +\infty[$

Exercice 2 (résolution d'une EDL grâce aux séries entières)

On considère l'équation différentielle (E) $(1+t^2)y'' + 4ty' + 2y = 0$

- 1) On recherche les solutions développables en série entière de (E), sous la forme

$$y(t) = \sum_{n=0}^{+\infty} a_n t^n \text{ où } t \in]-R, R[$$

- (i) Donner la relation de récurrence entre a_{n+2} et a_n
- (ii) Pour tout entier naturel p , exprimer a_{2p} et a_{2p+1} en fonction de p , a_0 et a_1
- (iii) Donner alors une expression simplifiée de $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n t^n$. On précisera le rayon de convergence R .

- 2) Résoudre alors (E) sur $] -1, 1[$
- 3) En déduire les solutions de (E) sur $\mathbb{R}$.