

Réponse 1

$$\forall k \in \llbracket 0 ; n \rrbracket, P(X = k) = \binom{n}{k} \times 0,42^k \times 0,58^{n-k}$$

$$\text{Donc } P(X = 1) = \binom{10}{1} \times \left(\frac{1}{2}\right)^1 \times \left(\frac{1}{2}\right)^9$$

$$P(X = 1) = 10 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2^9} = 10 \times \frac{1}{1024} = \frac{5}{512}$$

Réponse 2

On répète 40 fois la même expérience aléatoire "jouer une partie" de manière identique et indépendante.

Il y a deux issues : le succès "gagner la partie " de probabilité $p = 0,45$ et l'échec perdre la partie de probabilité $1 - p = 0,55$

X compte le nombre de succès donc elle suit une loi binomiale de paramètres $n = 40$ et $p = 0,45$

$\forall k \in \llbracket 0 ; 40 \rrbracket$,

$$P(X = k) = \binom{40}{k} \times 0,45^k \times 0,55^{40-k}$$

Réponse 3

X suit la loi $\mathcal{B}(40, 0,45)$

Donc $E(X) = np = 0,45 \times 40 = 18$

En moyenne on gagne 18 fois sur 40 donc on perd 22 fois.

Réponse 4

$$P(X \geq 15) = 1 - P(X \leq 14) \simeq 0,867$$

Réponse 5

$$P(10 \leq X \leq 20) = P(X \leq 20) - P(X \leq 9)$$

$$P(10 \leq X \leq 20) \simeq 0,784$$

La probabilité de gagner entre 10 et 20 parties sur les 40 parties jouées est 0,784 au millième près

Réponse 6

Soit Y la variable aléatoire qui suit la loi binomiale $\mathcal{B}(n, 0,45)$

$$P(1 \leq Y) = 1 - P(Y = 0)$$

$$P(Y \geq 1) = 1 - \binom{n}{0} \times 0,45^0 \times 0,55^n = 1 - 0,55^n$$

Pour $n = 7$ on a $P(Y \geq 1) = 1 - 0,55^7 \simeq 0,985$

Pour $n = 8$ on a $P(Y \geq 1) = 1 - 0,55^8 \simeq 0,992$

Il faut jouer au minimum 8 parties pour être sûr d'en gagner au moins une

Réponse 7

Pour tout réel A il existe un certain rang N tel que l'intervalle $] A ; +\infty[$ contient tous les termes de la suite (u_n) à partir de N

C'est à dire

$\forall A \in \mathbb{R}, \exists N \in \mathbb{N}$ tel que $\forall n > N, u_n > A$

Réponse 8

On sait que $e = e^1 = \exp(1)$ est un nombre strictement plus grand que 1 car la fonction exponentielle est croissante et que $e^0 = \exp(0) = 1$ ($e \simeq 2.71$)

Donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} e^n = +\infty$ d'après le cours sur les limites de suites géométriques.