
Nom, Prénom :

Exercice 1 ROC**2 points**

Démontrer, en utilisant l'inégalité de Bernoulli, que pour tout réel $q > 1$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = +\infty$

Exercice 2**2 points**

On considère la fonction Python mystère ci-dessous :

```
def mystere(n):  
    S=0  
    u=10  
    for i in range (n):  
        S=S+u  
        u=1/2*u  
    return S
```

Déterminer sous forme de fraction irréductible le résultat renvoyé par mystere(10)

La réponse devra être clairement justifiée

Exercice 3**8 points**

1. Déterminer les limites suivantes

a. $\lim_{n \rightarrow +\infty} -2 \left(\frac{10}{7} \right)^n$

d. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1-2^n}{1+3^n}$

b. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n^2}{n+5}$

e. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(-1)^n}{1+3n}$

c. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{n} + \frac{1}{n^2}$

f. $\lim_{n \rightarrow +\infty} 2n + 3 \sin(n)$

2. Soit q un nombre réel tel que $-1 < q < 1$, on considère la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par :

$$u_n = \sum_{k=0}^n q^k = q^0 + q^1 + q^2 + \dots + q^n. \text{ Étudier la convergence de la suite } (u_n)$$

Exercice 4**8 points**

Fin 2020, un club de rugby comptait 7000 abonnés. A la fin de chaque année, le club constate que 20% des abonnés ne se réabonnent pas et que 4000 nouveaux abonnés arrivent. Le stade comporte 19000 places, et le club voudrait savoir s'il sera nécessaire de l'agrandir pour pouvoir accueillir tous les abonnés. On note a_n le nombre d'abonnés à la fin de l'année 2020 + n .

1. Préciser a_0 et expliquer pourquoi, pour tout entier naturel n , $a_{n+1} = 0,8a_n + 4000$. On va ensuite, par deux méthodes différentes, déterminer la limite de (a_n) .
2. Méthode 1 :
 - a. Démontrer par récurrence que pour tout entier n , $a_n \leq a_{n+1} \leq 20000$
 - b. En déduire que la suite (a_n) est convergente.
 - c. En utilisant l'unicité de la limite et l'égalité $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} a_{n+1}$ déterminer la limite de la suite (a_n)
3. Méthode 2 :
 - a. On pose, pour $n \geq 0$, $b_n = a_n - 20000$. Justifier que (b_n) est une suite géométrique, et préciser sa raison et son premier terme.
 - b. Déterminer la limite de la suite (b_n)
 - c. En déduire la limite de la suite (a_n)
4. Le club devra-t-il agrandir son stade? Si oui, écrire une fonction Python **Rugby** afin de déterminer quand débiter l'agrandissement.