

Devoir Surveillé
Le 28 septembre 2024
Durée : 1,5 heure

Les copies illisibles, dépourvues de soin ou de justifications seront pénalisées.
Les documents et les calculatrices ne sont pas autorisés.

Chaque exercice vaut 5 points.

Exercice 1 : Résoudre sur $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1. $\ln(x) + \ln(x-1) = 2 \ln(\sqrt{2})$
2. $e^{2|x|} - 3e^{|x|} - 4 = 0$

Exercice 2 : Donner les ensembles de définition et de dérivabilité des fonctions suivantes, puis calculer leur dérivée :

1. $f(x) = \sqrt{\frac{x}{x+1}}$
2. $g(x) = \frac{1}{(\ln x)^2}$

Exercice 3 : Calculer les intégrales suivantes :

$$\int_1^e \frac{(\ln x)^{2024}}{x} dx \quad \int_{\pi/12}^{\pi/6} \frac{1}{\tan(2x)} dx$$

Exercice 4 : On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = 8 \cos^4(x) - 8 \cos^2(x) + 1$$

1. Etudier la parité de la fonction f .
2. Montrer que la fonction f est périodique de période $\frac{\pi}{2}$.
3. Résoudre l'équation $f'(x) = 0$ sur l'intervalle $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$.
4. Dresser un tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$.
5. Tracer le graphe de la fonction f sur l'intervalle $\left[-\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right]$.