

Durée : 55 minutes

La calculatrice est autorisée. Aucun prêt de matériel ne sera toléré.
Le barème est donné à titre indicatif, il pourra être modifié.

Exercice 1 (3 points)

Attention, la calculatrice n'est pas une justification.

1) Soit a un réel non nul. Ecrire, sur l'énoncé, chacune des expressions suivantes soit sous la forme a^n soit sous la forme $\frac{1}{a^n}$ où n doit être un entier naturel :

a) $\frac{a^4}{a^5 \times a^{-2}}$

b) $a^{-9} \times a^5 \times (a^2)^{-3}$

2) Ecrire le nombre $A = 15^3 \times \frac{3^{-2}}{5^2} \times 45^{-2}$ sous la forme $3^n \times 5^p$ où n et p sont des nombres entiers relatifs.

3) La vitesse de la lumière dans le vide est de $3 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$.

- a) Montrer que la distance parcourue par la lumière en une année de 365 jours est $94\,608 \times 10^{11} \text{ m}$.
b) Ecrire ce résultat sous forme scientifique.

Exercice 2 (4,5 points)

Préciser si chacune des affirmations suivantes est vraie ou fausse, en justifiant soigneusement votre réponse, sans avoir recours à la calculatrice. Une réponse non justifiée n'apporte aucun point.

a) $2^{-3} \leq 0$

b) $-3 \in \mathbb{Q}$

c) $\frac{16}{3} \times \frac{27}{4} \in \mathbb{N}$

d) On considère la fonction $f: x \mapsto 2 - 3x$. L'image de $-\frac{7}{15}$ par la fonction f est un nombre décimal.

e) L'inverse d'un nombre rationnel non nul est un nombre rationnel.

f) Le carré d'un nombre irrationnel est un nombre irrationnel.

Exercice 3 (5,5 points)

Dans tout cet exercice, toutes les étapes de calcul intermédiaires devront figurer sur la copie. Un résultat insuffisamment détaillé ne rapportera aucun point. La calculatrice peut être une aide mais n'est en aucun cas une justification.

Les questions 1) et 2) sont indépendantes.

1) Simplifier l'écriture des nombres suivants pour en déduire le plus petit ensemble de nombres auquel chacun appartient.

$$A = -\sqrt{\frac{27}{75}} \times 5$$

$$B = \sqrt{169 \times 16}$$

$$C = \frac{1+\frac{2}{3}}{5}$$

$$D = (1 - 2\sqrt{5})^2$$

$$E = (3\sqrt{7})^2$$

2) Ecrire le nombre F sous la forme $a\sqrt{b}$ où a est un nombre entier relatif et b un nombre entier naturel, le plus petit possible : $F = -4\sqrt{48} + 6\sqrt{147}$.

Exercice 4 (6 points)

Les questions 2) et 3) sont indépendantes.

1) Résoudre les équations suivantes dans l'ensemble des nombres réels :

a) $10x + 100 = 70 + 15x$

b) $4(x + 2)(5x - 3) = 0$

c) $(4x + 2)(5x - 3) = 0$

2) On considère le programme suivant, écrit en langage Scratch :

a) Vérifier que le message affiché par le logiciel si on choisit -1 comme nombre de départ est « On obtient -32 ». *On détaillera les étapes suivies.*

b) On choisit un nombre réel x comme nombre de départ.

Parmi les expressions suivantes, laquelle, ou lesquelles, correspondent au réel obtenu à la fin du programme ?

$A = 4(x + 2)(5x - 3)$

$B = (x + 2 \times 4)(x \times 5 - 3)$

$C = (4x + 8)(5x - 3)$

$D = (4x + 2)(5x - 3)$

c) En déduire la ou les nombres de départ qui permettent d'obtenir 0 à l'arrivée. Expliquez votre démarche.

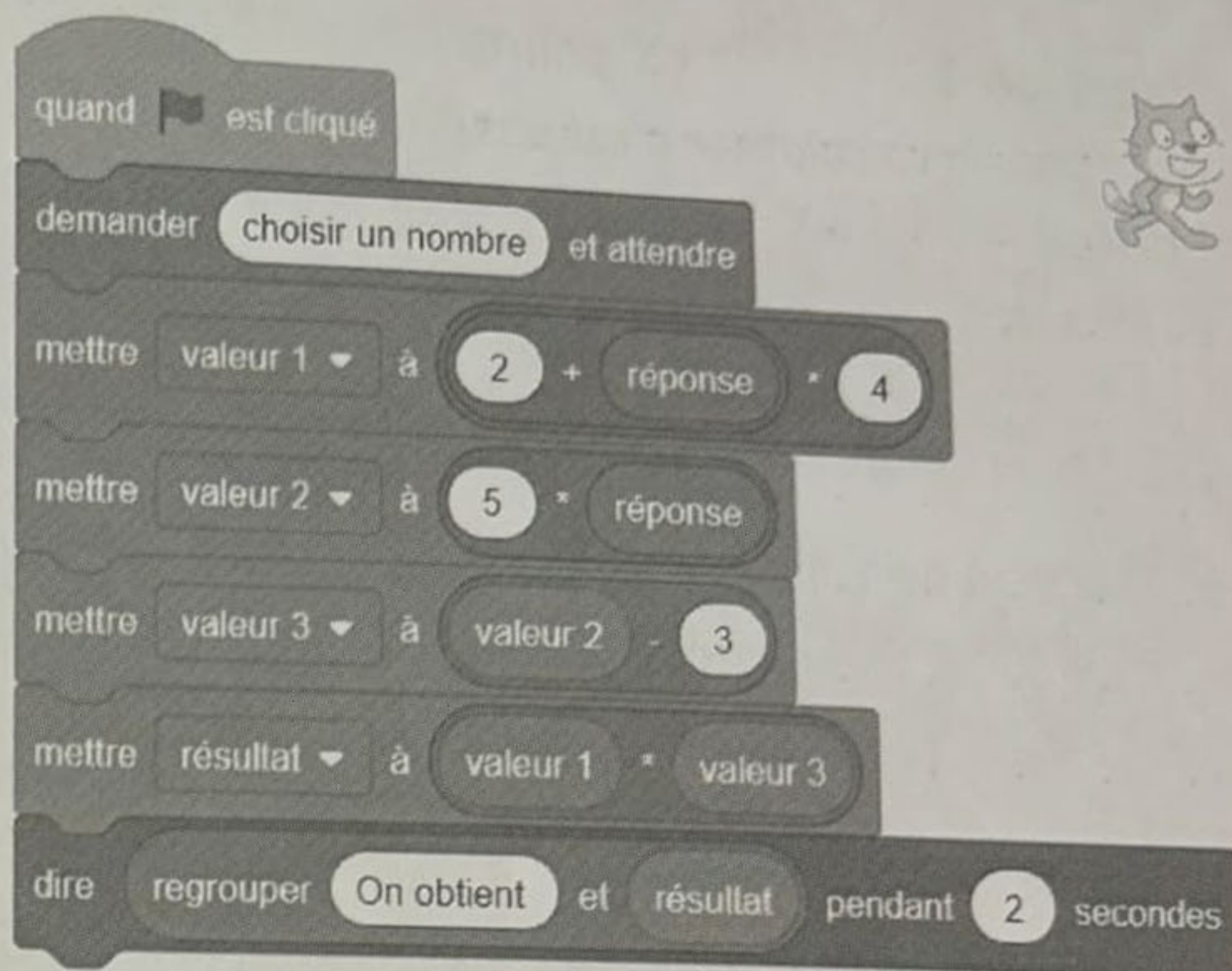
d) Développer et réduire l'expression D .

3) Une salle de sport propose deux abonnements pour un trimestre dont les tarifs sont donnés ci-dessous :

Tarif abonnement A : abonnement fixe de 70€ puis 15€ par séance

Tarif abonnement B : abonnement fixe de 100€ puis 10€ par séance

Pour combien de séances réalisées, les deux tarifs sont-ils les mêmes ?



Exercice 5 (1 point)

Sans effectuer la division ni utiliser la calculatrice, justifier que le nombre $E = \frac{41}{2^8 \times 5^3}$ est un nombre décimal.