

Exercice 1

Déterminer la limite de la suite (u_n) définie, pour tout entier naturel n , par $u_n = \frac{9^n - 4^n}{(-3)^n - 2 \times 5^n}$

Exercice 2**Partie A**

Le but de la partie A est d'étudier le comportement de la suite (u_n) définie par $u_0 = 0,3$ et par la relation de récurrence, pour tout entier naturel n :

$$u_{n+1} = 2u_n(1 - u_n)$$

Cette relation de récurrence s'écrit $u_{n+1} = f(u_n)$, où f est la fonction définie sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = 2x(1 - x)$$

1. Étudier les variations de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$ et dresser son tableau de variation.
2. Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n : $0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq \frac{1}{2}$
3. En déduire que la suite (u_n) est convergente. On désigne par ℓ sa limite.
4. On admet que ℓ est une solution de l'équation $f(x) = x$. Déterminer la valeur de ℓ .
5. On considère le programme Python suivant :

```
def seuil(p) :  
    n = 0  
    u = 0.3  
    while u < p :  
        n = n + 1  
        u = 2*u*(1-u)  
    return n
```

L'exécution de `seuil(2)` ne renvoie aucune valeur. Expliquer pourquoi.

Partie B

Le but de cette partie est d'étudier un modèle d'évolution d'une population.

En 2022, cette population compte 3 000 individus.

On note P_n l'effectif en milliers de la population l'année $2022 + n$. Ainsi $P_0 = 3$.

Selon un modèle inspiré du modèle de Verhulst, mathématicien belge du XIX^e siècle, on considère que, pour tout entier naturel n :

$$P_{n+1} - P_n = P_n(1 - b \times P_n), \text{ où } b \text{ est un réel strictement positif.}$$

Le réel b est un facteur de freinage qui permet de tenir compte du caractère limité des ressources du milieu dans lequel évoluent ces individus.

1. Dans cette question $b = 0$.
 - (a) Justifier que la suite (P_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison.
 - (b) Déterminer la limite de P_n . Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice
2. Dans cette question $b = 0,2$.
 - (a) Pour tout entier naturel n , on pose $v_n = 0,1 \times P_n$.
Calculer v_0 puis montrer que, pour tout entier naturel n , $v_{n+1} = 2v_n(1 - v_n)$.
 - (b) Dans ce modèle, justifier que la population se stabilisera autour d'une valeur que l'on précisera.

Exercice 1

Déterminer la limite de la suite (u_n) définie, pour tout entier naturel n , par $u_n = \frac{9^n - 4^n}{(-3)^n - 2 \times 5^n}$

Exercice 2**Partie A**

Le but de la partie A est d'étudier le comportement de la suite (u_n) définie par $u_0 = 0,3$ et par la relation de récurrence, pour tout entier naturel n :

$$u_{n+1} = 2u_n(1 - u_n)$$

Cette relation de récurrence s'écrit $u_{n+1} = f(u_n)$, où f est la fonction définie sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = 2x(1 - x)$$

1. Étudier les variations de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$ et dresser son tableau de variation.
2. Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n : $0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq \frac{1}{2}$
3. En déduire que la suite (u_n) est convergente. On désigne par ℓ sa limite.
4. On admet que ℓ est une solution de l'équation $f(x) = x$. Déterminer la valeur de ℓ .
5. On considère le programme Python suivant :

```
def seuil(p) :
    n = 0
    u = 0.3
    while u < p :
        n = n + 1
        u = 2*u*(1-u)
    return n
```

L'exécution de `seuil(2)` ne renvoie aucune valeur. Expliquer pourquoi.

Partie B

Le but de cette partie est d'étudier un modèle d'évolution d'une population.

En 2022, cette population compte 3 000 individus.

On note P_n l'effectif en milliers de la population l'année $2022 + n$. Ainsi $P_0 = 3$.

Selon un modèle inspiré du modèle de Verhulst, mathématicien belge du XIX^e siècle, on considère que, pour tout entier naturel n :

$$P_{n+1} - P_n = P_n(1 - b \times P_n), \text{ où } b \text{ est un réel strictement positif.}$$

Le réel b est un facteur de freinage qui permet de tenir compte du caractère limité des ressources du milieu dans lequel évoluent ces individus.

1. Dans cette question $b = 0$.
 - (a) Justifier que la suite (P_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison.
 - (b) Déterminer la limite de P_n . Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice
2. Dans cette question $b = 0,2$.
 - (a) Pour tout entier naturel n , on pose $v_n = 0,1 \times P_n$.
Calculer v_0 puis montrer que, pour tout entier naturel n , $v_{n+1} = 2v_n(1 - v_n)$.
 - (b) Dans ce modèle, justifier que la population se stabilisera autour d'une valeur que l'on précisera.