

Partie A

Soit (u_n) la suite définie par son premier terme $u_0 = 5$ et, pour tout entier naturel n , par :

$$u_{n+1} = 0,5u_n + 0,5n - 1,5$$

1. Recopier et compléter l'algorithme suivant pour que la variable u contienne le terme de rang n de la suite (u_n) en fin d'exécution. ✓

```

u ← 5
Pour k allant de 1 à ...
    u ← ...

```

2. On considère la somme S définie par :

$$S = \sum_{k=0}^n u_k.$$

Modifier l'algorithme précédent pour qu'il calcule la valeur de S .

3. Que vaut S lorsque $n = 5$? ✓

Partie B

1. a. Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 3, $u_{n+1} > u_n$. ✓

- b. Que peut-on en déduire quant au sens de variation de la suite (u_n) ? ✓

2. Soit (v_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $v_n = 0,1u_n - 0,1n + 0,5$. ✓

Démontrer que la suite (v_n) est géométrique de raison 0,5 et exprimer alors v_n en fonction de n .

3. En déduire que, pour tout entier naturel n : ✓

$$u_n = 10 \times 0,5^n + n - 5.$$

4. Démontrer que $S = 20(1 - 0,5^{n+1}) + \frac{n^2 - 9n - 10}{2}$.