
Le sujet comporte 4 exercices et il est à rendre dans la copie

Exercice 1**5 points**

1. Écrire sans racine carrée au dénominateur l'expression : $A = \frac{1 + \sqrt{5}}{3 - \sqrt{5}}$
2. Pour a et b deux réels tels que $a \neq 0$ et $b \neq 0$, simplifier au maximum l'expression :
$$B = \frac{a^2(-a)^3(-b^2)b^5a}{(-b)^4a^5(ab)^2}$$
3. Résoudre dans $] -\infty; -1[\cup] -1; +\infty[$ l'équation suivante : $x + 1 = \frac{9}{x + 1}$
4. Pour $x \neq \frac{1}{3}$, écrire sous la forme d'une seule fraction l'expression : $C = \frac{2x}{3x - 1} - 5$
5. Soit $x \in \mathbb{R}$, factoriser au maximum l'expression : $D = x^2 - 4 - (x + 2)^2$

Exercice 2**12 points**

On s'intéresse à la gestion des déchets ménagers au sein d'une grande agglomération. Grâce au développement du recyclage, les experts estiment que la quantité de déchets de l'agglomération à incinérer devrait diminuer de 5%, par an. Par ailleurs, suite à la signature d'un contrat, cette agglomération s'engage à partir du 1^{er} janvier 2020 à collecter et incinérer 12 000 tonnes de déchets supplémentaires par an provenant d'une commune voisine. Durant l'année 2019, l'agglomération a incinéré 300 000 tonnes de déchets.

On admet que la situation peut être modélisée par une suite (u_n) dont le terme général u_n donne, pour tout entier naturel n , une estimation de la quantité (exprimée en millier de tonnes) de déchets incinérés durant l'année 2019 + n . On a ainsi $u_0 = 300$.

Partie A

1. a. Déterminer u_1 .
b. Justifier, pour tout entier naturel n , que $u_{n+1} = 0,95u_n + 12$.
2. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 240$.
a. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 0,95 dont on précisera le premier terme v_0 .
b. Exprimer v_n en fonction de n pour tout entier naturel n .
c. En déduire, pour tout entier naturel n , que $u_n = 60 \times 0,95^n + 240$.
3. Déterminer u_{20} , à 10^{-2} près, et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

Partie B

L'agglomération s'est fixé l'objectif d'une diminution de la quantité de déchets incinérés de 15% d'ici 2039 par rapport à 2019.

1. Justifier que cet objectif ne sera pas atteint si la diminution des déchets suit les prévisions des experts.
2. a. Écrire, en python, une fonction seuil() qui renvoie l'année à partir de laquelle la quantité de déchets aura diminué de 15% par rapport à 2019
b. En quelle année l'objectif sera-t-il atteint ?

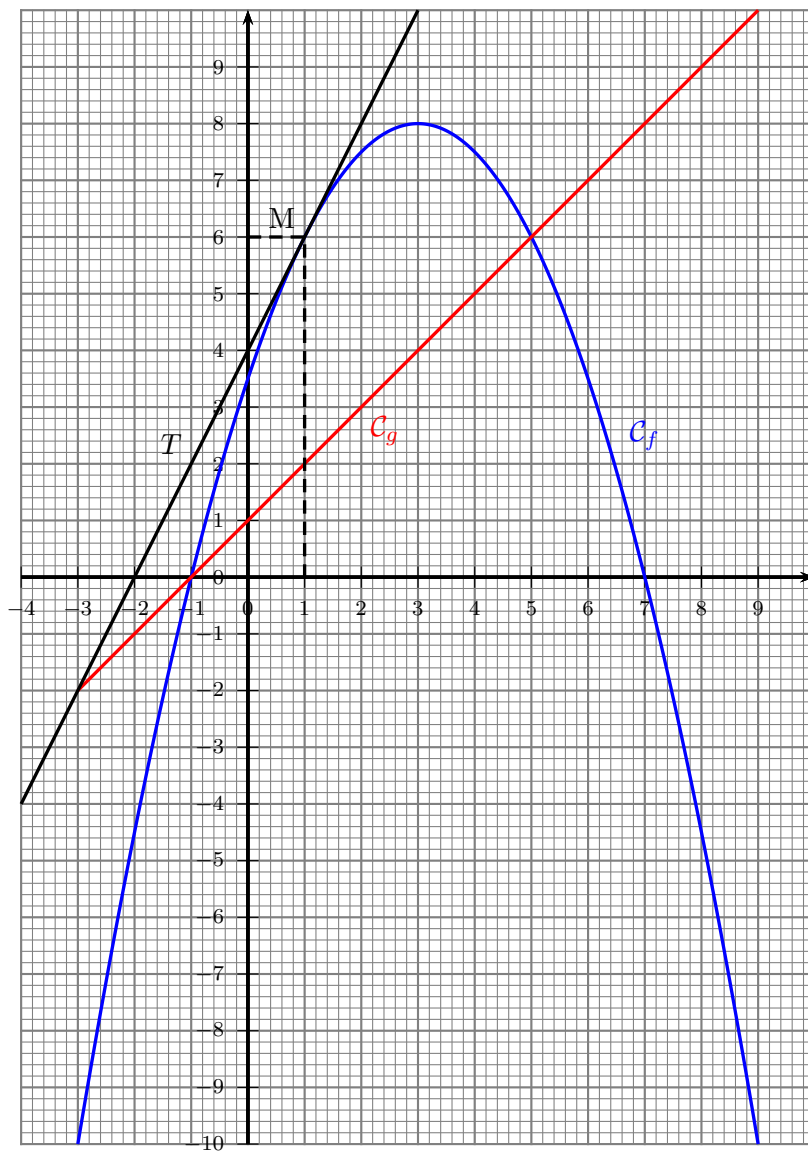
Les trois parties de l'exercice sont indépendantes

Partie 1

On a tracé dans le repère ci-dessous les représentations graphiques $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ de deux fonctions f et g définies sur l'intervalle $[-3 ; 9]$.

La droite T est la tangente à la courbe représentative de la fonction f au point $M(1 ; 6)$.

La droite T passe par le point de coordonnées $(-2 ; 0)$.



Répondre ci-dessous aux questions suivantes par lecture graphique sans justification :

1. Résoudre l'inéquation $f(x) > 0$ sur l'intervalle $[-3 ; 9]$.

$S =$

2. Donner les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$ sur l'intervalle $[-3 ; 9]$.

$S =$

3. Déterminer le coefficient directeur de la tangente T .

Le coefficient directeur est $a =$

Partie 2

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer sur votre copie si l'affirmation est VRAIE ou FAUSSE en justifiant soigneusement votre réponse.

On étudie une fonction h définie sur l'intervalle $[-15 ; 20]$.

On donne ci-dessous le tableau de signe de sa fonction dérivée h' .

Valeur de x	-15	-5	4	20	
Signe de $h'(x)$	+	0	-	0	+

De plus, on sait que $h(-5) = 20$ et $h(4) = 2$.

Affirmation 1 : La fonction h est croissante sur l'intervalle $[4 ; 20]$.

Affirmation 2 : L'équation réduite de la tangente à la représentation graphique de la fonction h au point d'abscisse $x = -7$ est $y = -3x + 5$.

Affirmation 3 : $h'(3)$ est négatif.

Partie 3

On considère la fonction B définie sur l'intervalle $[-5 ; 5]$ par $B(x) = x^3 + 4x^2 - 3x$. On note B' la fonction dérivée de B .

1. Pour x appartenant à l'intervalle $[-5 ; 5]$, déterminer $B'(x)$.
2. Déterminer le tableau de variation de la fonction B sur l'intervalle $[-5 ; 5]$.

Exercice 4

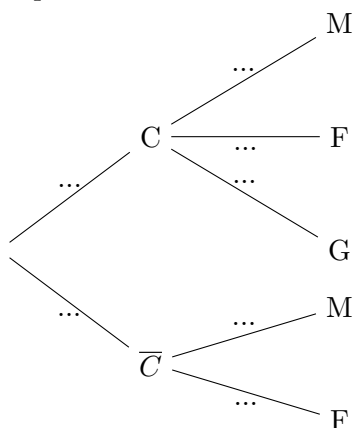
11 points

Un producteur de fruits rouges propose en vente directe des framboises, des groseilles et des myrtilles. Un client peut acheter, soit des barquettes de fruits à déguster, soit des barquettes de fruits à confiture. Le producteur a remarqué que, parmi ses clients, 9 sur 10 achètent une barquette de fruits à confiture. Lorsqu'un client achète une barquette de fruits à confiture, la probabilité qu'il demande une barquette de myrtilles est de 0,3 et la probabilité qu'il demande une barquette de groseilles est de 0,5. Lorsqu'un client achète une barquette de fruits à déguster, il ne demande jamais des groseilles et demande des framboises dans 60 % des cas.

Un client achète une barquette. On note :

- C l'évènement " le client achète une barquette de fruits à confiture "
- F l'évènement " le client demande des framboises "
- G l'évènement " le client demande des groseilles "
- M l'évènement " le client demande des myrtilles "

1. Reporter les données de l'énoncé dans l'arbre de probabilité ci-dessous. On complètera l'arbre avec les réponses obtenues dans les questions suivantes :



2. a. Calculer la probabilité que le client demande des framboises sachant qu'il achète une barquette de fruit à confiture.
b. Le client achète une barquette de fruits à déguster ; qu'elle est la probabilité qu'il demande des myrtilles ?
3. Montrer que la probabilité que le client achète une barquette de framboises est égale à 0,24.
4. Le client achète une barquette de framboises. Quelle est la probabilité que ce soit une barquette de fruits à confiture ?
5. Le producteur vend 5 euros la barquette de fruits à confiture, quel que soit le fruit, 2 euros la barquette de framboises à déguster et 3 euros la barquette de myrtilles à déguster.
 - a. On note x_i les valeurs possibles, en euros, du gain du producteur par barquette vendue et p_i leur probabilité. Compléter, sans justifier, le tableau suivant donnant la loi du gain du producteur par barquette vendue.

Valeur : x_i	5	2	3
Probabilité associée : p_i			

- b. Calculer l'espérance de cette loi de probabilité
- c. Déterminer le gain en euros que le producteur peut espérer pour 150 barquettes vendues ?