

Exercice n° 1 Prolongement ex 137 p 389

On considère la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $u_n = \int_0^1 t^n e^{-t} dt$

1. Déterminer le sens de variation de cette suite.
2. En déduire qu'elle converge.
3. Montrer que, pour tout entier n , on a : $\frac{1}{(n+1)e} \leq u_n \leq \frac{1}{n+1}$
4. En déduire la limite de la suite.

Exercice n° 2 Aire entre deux courbes

On considère les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^2 - 4$ et $g(x) = (x+2)^2(x-2)$.

On note $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ leurs courbes représentatives dans un repère du plan.

1. Etudier la position relative de ces deux courbes.
2. En déduire l'aire du domaine compris entre ces deux courbes sur l'intervalle $[-2; 2]$.

Exercice n° 3 Hauteur moyenne

On modélise la hauteur en mètres, entre deux pylônes espacés de 160 m, d'une ligne électrique à haute tension par la fonction h définie sur $[-80; 80]$ par $h(x) = 10 \left(e^{\frac{x}{80}} + e^{-\frac{x}{80}} \right)$

Quelle est la hauteur moyenne de la ligne électrique entre ces pylônes?

Exercice n° 4 Intégrale indéfinie

On considère la fonction définie sur $\left[\frac{1}{2}; +\infty \right[$ par : $f(x) = \int_{\frac{1}{2}}^x t^2 \ln(t) dt$

Déterminer le sens de variation de cette fonction sur son ensemble de définition.

Exercice n° 5 Le bac à Tonton!**

On considère la fonction numérique f , de la variable réelle x , définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = e^{-x} \sin x$.

Partie A : détermination d'une primitive de f

1. En calculant les dérivées successives de la fonction f jusqu'à l'ordre 4, trouver une relation entre la fonction f et sa dérivée d'ordre 4 notée $f^{(4)}$.
2. En déduire une primitive de f sur $\mathbb{R}$.
3. On pose $I = \int_0^\pi e^{-x} \sin x dx$. Montrer que $I = \frac{e+1}{2}$.

Partie B : petite étude de suite

Pour tout entier naturel n , on pose : $I_n = \int_{2n\pi}^{(2n+1)\pi} f(x) dx$.

1. Montrer que, pour tout naturel n , $I_n = \frac{e^{-2n\pi}}{2} (e^{-\pi} + 1)$.
2. Prouver que la suite $(I_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite géométrique et déterminer sa raison.
3. Préciser la limite de la suite $(I_n)_{n \in \mathbb{N}}$.