

Jardinier amateur, Didier possède une superbe pelouse de gazon d'une superficie de 2000 m^2 . Chaque année 20% du gazon est détruit pendant l'été et remplacé par de mauvaises herbes. Tous les ans, à l'automne, Didier arrache 50 m^2 de mauvaises herbes et le remplace par du gazon.

Les aires seront exprimées en mètres carrés, arrondies à l'unité au besoin.

Pour tout entier naturel n , on note u_n la surface de gazon sans mauvaises herbes restant au bout de n automnes. On a donc $u_0 = 2000$.

1. Calculer la surface de la pelouse après le premier automne.
2. Justifier que, pour tout entier naturel n , on a $u_{n+1} = 0,8u_n + 50$.
3. Didier referra entièrement sa pelouse lorsque la surface de gazon sans mauvaises herbes sera inférieure à 275 m^2 .

On considère la fonction python ci-dessous :

```
def seuil():  
    u=.....  
    n=0  
    while ..... :  
        n=n+1  
        u=.....  
    return n
```

- a. Recopier et compléter cette fonction pour qu'elle renvoie le plus petit entier naturel n tel que $u_n \leq 275$.
 - b. Que renvoie cette fonction ? Interpréter cette valeur dans le contexte de l'exercice.
4. On considère la suite (v_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n = u_n - 250$.
 - a. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison $0,8$.
 - b. Pour tout entier naturel n , exprimer v_n en fonction de n .
 - c. En déduire que, pour tout entier naturel n , $u_n = 1750 \times 0,8^n + 250$.
 5. Déterminer le sens de variation de la suite (u_n) .
 6. Didier se demande dans combien d'années l'aire de la pelouse sera inférieure à 200 m^2 .

Que peut-on lui répondre ?