

Contrôle Commun de Mathématiques
1^{ère} spécialité Mathématiques

Année scolaire 2023-2024
mercredi 3 avril 2024
Durée de l'épreuve : 2 heures

L'usage de la calculatrice est autorisé.

Le sujet comporte 5 pages, numérotées de 1 à 5 . Il est composé de quatre exercices, que le candidat pourra traiter dans l'ordre de son choix.

La page 5 est une feuille annexe, à rendre avec la copie.

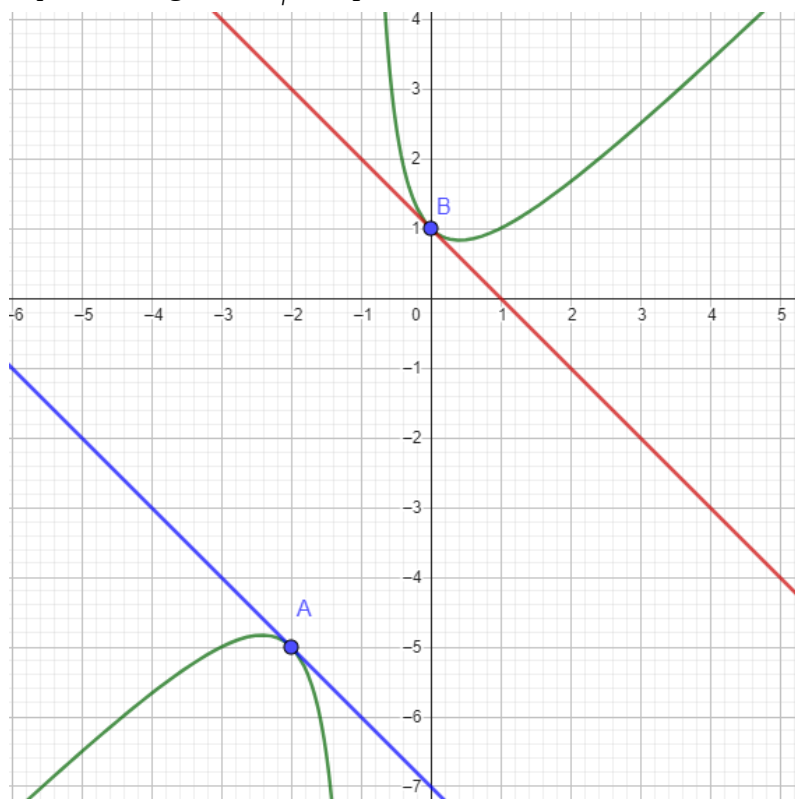
Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée. Il sera tenu compte dans l'appréciation des copies de la clarté des raisonnements et de la qualité de la rédaction.

Le barème, sur 20 points, est donné à titre indicatif et pourra être modifié.

Exercice 1

On justifiera soigneusement chaque réponse.

On a tracé ci-dessous la courbe C_f d'une fonction f définie et dérivable sur son ensemble de définition D_f ainsi que ses tangentes C_f aux points A et B d'abscisses -2 et 0.



PARTIE A

On note f' la dérivée de la fonction f .

1) Par lecture graphique, donner les valeurs de $f'(-2)$ et de $f'(0)$.

2) La proposition $f'(0) < f'(2)$ est-elle vraie ? Justifier

PARTIE B

La fonction f est définie pour tout x réel de son ensemble de définition D_f par $f(x) = \frac{x^2+1}{x+1}$

1) Donner, en justifiant, l'ensemble de définition D_f de la fonction f .

2) Montrer que pour tout x réel de D_f , $f'(x) = \frac{x^2+2x-1}{(x+1)^2}$

3) a) Etudier le signe de $f'(x)$

b) Dresser le tableau de variations de la fonction f sur D_f . Aucun calcul d'image n'est demandée pour le tableau de variations.

c) La fonction f admet-elle un extremum sur $] -1; +\infty[$? Si oui préciser s'il s'agit d'un minimum ou d'un maximum et en quel valeur il est atteint. Justifier.

4) a) Déterminer l'équation réduite de la tangente T à C_f au point d'abscisse 0.

b) Etudier la position relative de C_f et de la droite d'équation réduite $y = -x + 1$.

5) Existe-t-il des nombres réels a tels que $f'(a) = \frac{1}{2}$?

Exercice 2

On considère la suite (U_n) définie par $u_0 = \frac{-3}{4}$, et pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = u_n^2 + u_n$.

On notera f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + x$.

Dans le graphique fourni en **annexe 1**, on a représenté la courbe C_f représentative de la fonction f dans un repère orthonormé, ainsi que la droite Δ d'équation $y=x$.

1) a) A l'aide du graphique donné en **annexe 1**, construire les quatre premiers termes de la suite. On laissera tous les traits de construction utiles sur le graphique.

b) Calculer u_1 et u_2 . Le détail des calculs est demandé.

2) Conjecturer le sens de variation, et la limite de la suite (u_n) .

3) Etudier alors algébriquement la monotonie de la suite (U_n) .

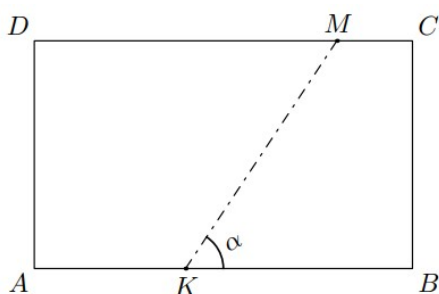
4) A l'aide de la calculatrice, déterminer un arrondi 10^{-5} près de u_6 (aucune justification n'est demandée)

5) Compléter l'algorithme en **annexe 1** qui permettrait de déterminer le plus petit entier p tel que $u_p > -0,05$. En utilisant votre calculatrice, déterminer cet entier.

Exercice 3

On considère un rectangle $ABCD$ tel que : $AB = 5$ cm ; $AD = 3$ cm.

On considère le point K appartenant au segment $[AB]$ et tel que $AK = 2$ cm et le point M appartenant au segment $[DC]$. On note x la longueur MC .



Les questions 1, 2, 3 et 4 sont indépendantes.

1. Où doit-on placer le point M sur $[DC]$, pour que le produit scalaire $\vec{KB} \cdot \vec{KM}$ soit positif ou nul ?
2. Calculer $\vec{AC} \cdot \vec{BD}$.
3. Montrer que $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \vec{AB} \cdot \vec{DC}$.
4. On considère le repère orthonormé $\left(A, \frac{1}{2}\vec{AK}, \frac{1}{3}\vec{AD}\right)$.
 - a) Donner les coordonnées des points B et K dans ce repère.
 - b) Montrer que $\vec{KM} \begin{pmatrix} 3-x \\ 3 \end{pmatrix}$.
 - c) Calculer le produit scalaire $\vec{KM} \cdot \vec{KB}$ en fonction de x .
 - d) En déduire la valeur en radians de l'angle α lorsque $x = 3 - \sqrt{3}$.

Exercice 4

Une enquête a été réalisée auprès des élèves d'un lycée afin de connaître leur sensibilité au développement durable et leur pratique du tri sélectif.

L'enquête révèle que 70% des élèves sont sensibles au développement durable et, parmi ceux qui sont sensibles au développement durable, 80 % pratiquent le tri sélectif.

Sachant qu'un élève n'est pas sensible au développement durable, la probabilité qu'il pratique le tri sélectif vaut p .

On interroge un élève au hasard dans le lycée. On considère les événements suivants :

S : L'élève interrogé est sensible au développement durable.

T : L'élève interrogé pratique le tri sélectif

Les résultats seront arrondis à 10^{-2} .

1.
 - a) Grâce aux données de l'énoncé, donner $P(S)$, $P_S(T)$
 - b) Traduire en termes de probabilité la phrase : « Sachant qu'un élève n'est pas sensible au développement durable, la probabilité qu'il pratique le tri sélectif vaut p » .
 - c) Construire l'arbre pondéré décrivant la situation.
 - d) Calculer la probabilité que l'élève interrogé soit sensible au développement durable et pratique le tri sélectif.
2. On admet que $P(T)=0,59$
 - a) Montrer que $p=0,1$
 - b) On interroge un élève qui ne pratique pas le tri sélectif.
Peut-on affirmer que les chances qu'il se dise sensible au développement durable sont inférieures à 10 % ?
3. Les événements S et T sont-ils indépendants ?

NOM Prénom :

Classe :

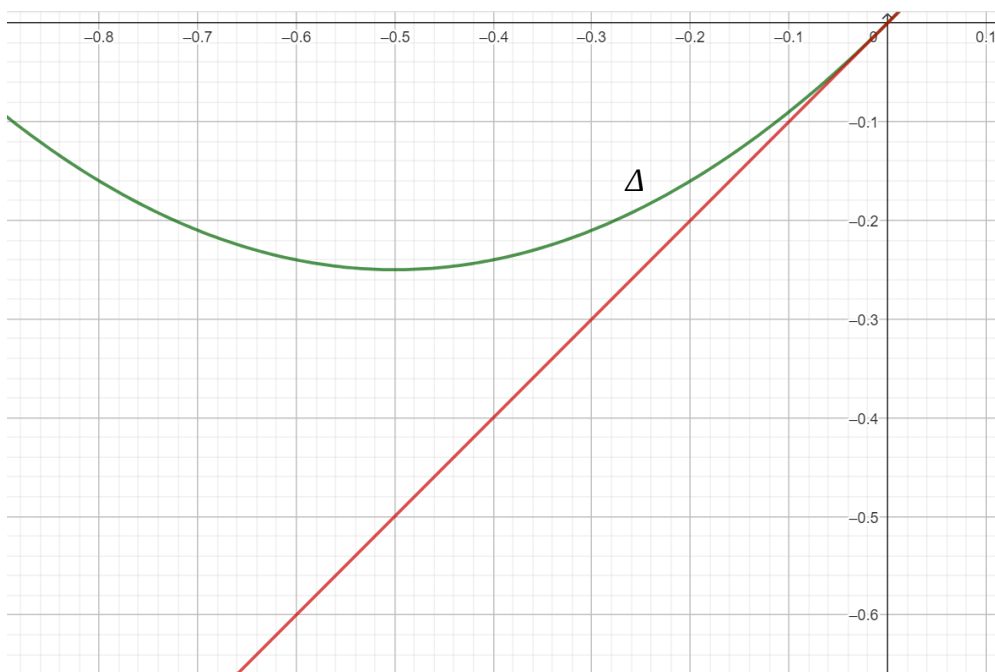
Feuille annexe

A rendre avec la copie

Annexe 1 (exercice 2)

Question 1

Question 5



```
def seuil() :  
    n=....  
    u= -0.75  
    while .....  
        n=n+1  
        u=.....  
    return.....
```