

PREMIÈRES

1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9

SPÉCIALITÉ MATHÉMATIQUES

durée : 2h

calculatrices autorisées

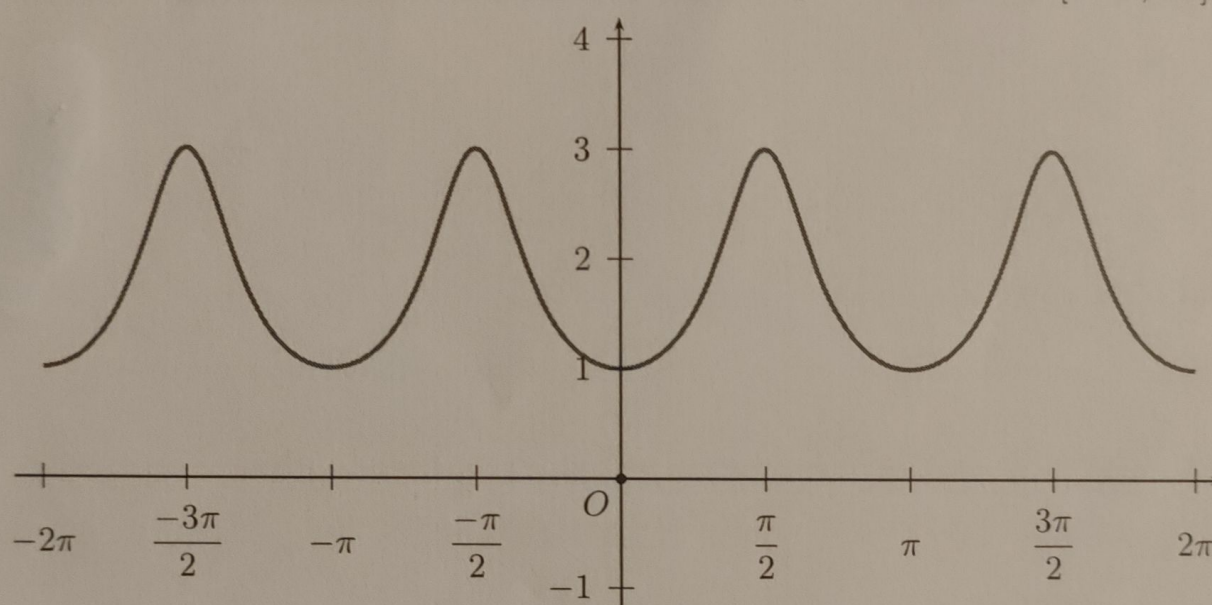
La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Exercice n°1 :

/4,5 points

Partie A : Étude graphique

On donne ci-dessous la représentation graphique d'une fonction f sur l'intervalle $[-2\pi; 2\pi]$.



1. Que peut-on conjecturer graphiquement quant à la parité et la périodicité de f ? Justifier.
2. a) f est-elle dérivable en 0? Si oui, donner le nombre dérivé de f en 0. Argumentez votre réponse.
b) Même question pour f en $\frac{\pi}{2}$.

Partie B : Étude de la fonction

La fonction f représentée ci-dessus est définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{3}{2 + \sin\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right)}$.

1. Justifier que f est définie sur $\mathbb{R}$.
2. Montrer que $f(x) = \frac{3}{2 + \cos(2x)}$.
3. Étudier la parité de f .
4. Justifier la conjecture de la partie A concernant la périodicité de f .

Exercice n°2 :

/5 points

Le parc informatique d'un lycée est composé de 200 ordinateurs dont 30 sont considérés comme neufs, 90 sont considérés comme récents et les autres sont considérés comme anciens.

Une étude statistique indique que 5 % des ordinateurs neufs sont défectueux, ainsi que 10 % des ordinateurs récents et 20 % des ordinateurs anciens.

On choisit au hasard un ordinateur de ce parc. On note les événements suivants :

- N : « l'ordinateur est neuf » ;
- R : « l'ordinateur est récent » ;
- A : « l'ordinateur est ancien » ;
- D : « l'ordinateur est défectueux » et $\bar{D}$ l'événement contraire de D .

1. Déterminer $P(R)$ et $P(N)$ et donner $P_A(D)$ et $P_N(D)$.
2. Construire un arbre pondéré décrivant cette situation.
3. Déterminer la probabilité que l'ordinateur choisi soit ancien et défectueux.
4. Démontrer que la probabilité que l'ordinateur choisi soit défectueux est égale à 0,1325.
5. Déterminer $P_D(A)$. Arrondir au centième. À quel événement correspond cette probabilité ?
6. Les événements A et D sont-ils indépendants ?

Exercice n°3 :

/5,5 points

Soit la fonction définie par $f(x) = \frac{x-3}{x^2-6x+10}$.

On appelle C_f sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal.

1. Déterminer l'ensemble de définition de f .
2. Montrer sur quel intervalle f est dérivable et déterminer sa dérivée.
3. Déterminer le nombre de tangentes horizontales à C_f .
4. Déterminer une équation de la tangente T au point A d'abscisse 3 de la courbe C_f .
5. Étudier la position relative de la courbe C_f par rapport à T .

Exercice n°4 :

/3 points

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}_+$ par $f(x) = (x^2 - 3x)\sqrt{x}$.

1. Montrer que la fonction racine carrée est dérivable sur $]0; +\infty[$.
2. Étudier la dérivabilité de f en 0. Quelle en est la conséquence graphique sur C_f ?
3. Déterminer la dérivée de f . Exprimer $f'(x)$ sous la forme d'un seul quotient.

Exercice n°5 :

/2 points

On considère la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = \frac{1}{x}$ et C_f sa courbe représentative.

Soit M un point de C_f et T la tangente à C_f au point M . La droite T coupe l'axe des abscisses en A et l'axe des ordonnées en B .

Montrer que M est le milieu de $[AB]$ pour tout point M de C_f .