

EXERCICE N° 1 : (3 pts)

Soit m un réel. On considère l'équation (Γ) d'inconnue x : $-2x^2 + mx - m = 0$

- Pour quelles valeurs du paramètre m , l'équation (Γ) admet-elle des racines ?
- Définir l'ensemble des valeurs du paramètre m où l'équation (Γ) admet deux racines réelles *distinctes*.
- Donner l'écriture littérale de ces deux racines *distinctes* lorsqu'elles existent.

EXERCICE N° 2 : (5 pts)

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $\frac{x^2 - 3}{4x^2 - 3x - 1} \leq -1$ (on donne : 89 est un nombre premier)

2. a) Factoriser les deux trinômes suivants : $x^2 + 4x - 5$ et $x^2 - 4x + 3$.

b) En s'aidant des factorisations précédentes, résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation :

$$\frac{-x+1}{-5+x^2+4x} > \frac{3x-7}{3-4x+x^2}$$

EXERCICE N° 3 : (2 pts)

Calculer les limites proposées :

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^3 - 4x + 7}{-2x^3 + x + 1} \quad ; \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow +\infty} k(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 - x}{-x^5 + x + 4} .$$

EXERCICE N° 4 : (4 pts)

Précisez les ensembles de dérivabilités puis calculez les dérivées proposées :

$$f(x) = \sqrt{-2x+6} \quad ; \quad g(x) = -5(2x^4 - 7x + 1)^3 .$$

EXERCICE N° 5 : (4 pts)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = -5x^2 + 2x$

- Montrer que le taux de variation de f entre a et $a+h$ est égal à

$$\tau_a(h) = -10a - 5h + 2$$

- En déduire que f est dérivable en a .
- Préciser, pour tout réel a , le nombre dérivé de f en a .
- Calculer $f'(-2)$. Que représente la valeur de $f'(-2)$?

EXERCICE N° 6 : (12 pts)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :
$$f(x) = \frac{(2x-2)^2}{2x-1}.$$

On désigne par (ζ) sa courbe représentative.

a) Établissez le domaine de définition D_f de f .

b) Montrez que le point Ω de coordonnées $\left(\frac{1}{2}; -2\right)$ est centre de symétrie à la courbe (ζ) .

c) Déterminez les limites de f à droite de $\frac{1}{2}$ et au voisinage de $+\infty$.

Quelle conséquence graphique en tire-t-on pour (ζ) ?

d) En justifiant votre réponse, déduisez-en les limites de f à gauche de $\frac{1}{2}$ et au voisinage de $-\infty$.

e) Déterminez les réels a , b et c tels que, pour tout x appartenant à D_f :

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{2x-1}.$$

f) Montrez que la droite (Δ) d'équation $y = 2x - 3$ est asymptote oblique à (ζ) . Étudiez la position de (Δ) et de (ζ) . Tracez la droite sur le graphique.

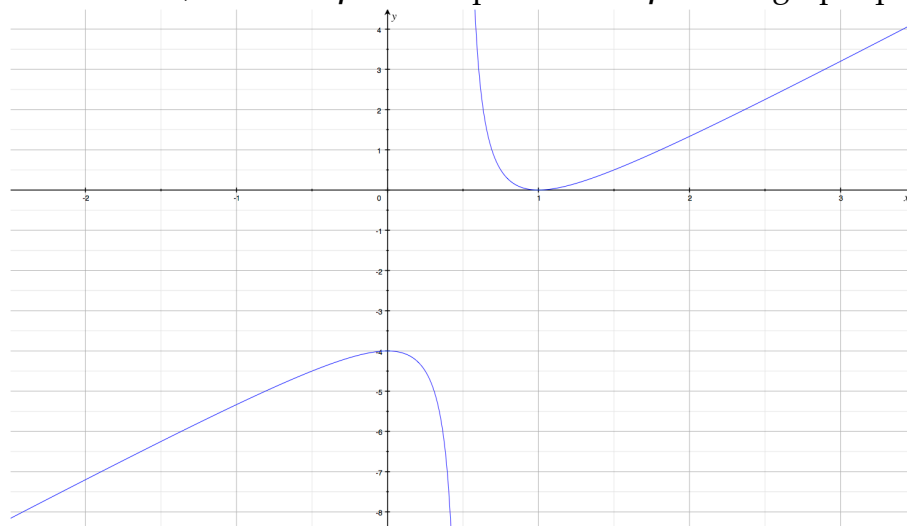
g) Montrez que la dérivée de f peut s'écrire : $f'(x) = \frac{8x(x-1)}{(2x-1)^2}$

h) Dressez le tableau des variations de la fonction f .

i) Donnez l'équation réduite de la tangente à la courbe (ζ) au point d'abscisse 2.

j) Montrez que l'équation $f(x) = 3$ admet une unique solution β sur $[1; +\infty[$.

Grâce à une calculatrice, encadrer β à 10^{-2} près. Placer β sur le graphique.



EXERCICE N° 7 : (7 pts)

En s'appuyant sur le graphique de la fonction f tracée dans le repère orthonormé ci-dessous, répondre aux questions suivantes :

- a) Lire les images de -2 et 0 . Quels sont les antécédents 2 et de -1 ?
- b) Résoudre $f(x) \geq -x + 2$.
- c) Lire $f'(-2)$, $f'(0)$.
- d) Donner l'équation réduite de la tangente au point d'abscisse 2 .
- e) Sur quel intervalle la dérivée est-elle négative ? Justifier la réponse.

