

Révisions Proba

Exercice 1

Métropole juin 2013

Une jardinerie vend de jeunes plants d'arbres qui proviennent de trois horticulteurs : 35 % des plants proviennent de l'horticulteur H_1 , 25 % de l'horticulteur H_2 et le reste de l'horticulteur H_3 . Chaque horticulteur livre deux catégories d'arbres : des conifères et des arbres à feuilles.

La livraison de l'horticulteur H_1 comporte 80 % de conifères alors que celle de l'horticulteur H_2 n'en comporte que 50 % et celle de l'horticulteur H_3 seulement 30 %.

1) Le gérant de la jardinerie choisit un arbre au hasard dans son stock.

On envisage les événements suivants :

- H_1 : « l'arbre choisi a été acheté chez l'horticulteur H_1 »,
- H_2 : « l'arbre choisi a été acheté chez l'horticulteur H_2 »,
- H_3 : « l'arbre choisi a été acheté chez l'horticulteur H_3 »,
- C : « l'arbre choisi est un conifère »,
- F : « l'arbre choisi est un arbre feuillu ».

- a) Construire un arbre pondéré traduisant la situation.
- b) Calculer la probabilité que l'arbre choisi soit un conifère acheté chez l'horticulteur H_3 .
- c) Justifier que la probabilité de l'événement C est égale à 0,525.
- d) L'arbre choisi est un conifère.
Quelle est la probabilité qu'il ait été acheté chez l'horticulteur H_1 ? On arrondira à 10^{-3} .

2) On choisit au hasard un échantillon de 10 arbres dans le stock de cette jardinerie. On suppose que ce stock est suffisamment important pour que ce choix puisse être assimilé à un tirage avec remise de 10 arbres dans le stock.

On appelle X la variable aléatoire qui donne le nombre de conifères de l'échantillon choisi.

- a) Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
- b) Quelle est la probabilité que l'échantillon prélevé comporte exactement 5 conifères ? On arrondira à 10^{-3} .
- c) Quelle est la probabilité que cet échantillon comporte au moins deux arbres feuillus ? On arrondira à 10^{-3} .

Exercice 2

On a posé à 1 000 personnes la question suivante : « Combien de fois êtes-vous arrivé en retard au travail au cours des deux derniers mois ? ». Les réponses ont été regroupées dans le tableau suivant :

Retards 2 ^e mois		Retards 1 ^{er} mois			Total
		0	1	2 ou plus	
0		262	212	73	547
1		250	73	23	346
2 ou plus		60	33	14	107
Total		572	318	110	1 000

- 1) Lecture du tableau. On choisit au hasard un individu de cette population.
 - a) Déterminer la probabilité P que l'individu ait eu au moins un retard le premier mois.
 - b) Déterminer la probabilité P' que l'individu ait eu au moins un retard le deuxième mois sachant qu'il n'en a pas eu le premier mois.
- 2) On souhaite faire une étude de l'évolution du nombre de retards sur un grand nombre n de mois (n entier naturel non nul). On fait les hypothèses suivantes :
 - si l'individu n'a pas eu de retard le mois n , la probabilité de ne pas en avoir le mois $n + 1$ est 0,46.
 - si l'individu a eu exactement un retard le mois n , la probabilité de ne pas en avoir le mois $n + 1$ est 0,66.
 - si l'individu a eu deux retards ou plus le mois n , la probabilité de ne pas en avoir le mois $n + 1$ est encore 0,66.

On note A_n : l'événement « l'individu n'a eu aucun retard le mois n »,

B_n : l'événement « l'individu a eu exactement un retard le mois n »,

C_n : l'événement « l'individu a eu deux retards ou plus le mois n ».

Les probabilités de A_n , B_n , C_n sont notées respectivement p_n , q_n et r_n .

- a) Pour le premier mois, les probabilités p_1 , q_1 et r_1 sont obtenues à l'aide du tableau précédent. Déterminer les probabilités p_1 , q_1 et r_1 .
- b) Exprimer p_{n+1} en fonction de p_n , q_n , et r_n . On pourra s'aider d'un arbre.
- c) Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}^*, p_{n+1} = -0,2p_n + 0,66$.
- d) Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}^*$ par : $u_n = p_n - 0,55$. Démontrer que (u_n) est une suite géométrique dont on donnera la raison.
- e) Déterminer $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$. En déduire $\lim_{n \rightarrow +\infty} p_n$.

Interpréter ce résultat dans le contexte de l'énoncé.