

Exercice 1

On s'intéresse à la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = -2(x+2)e^{-x}$$

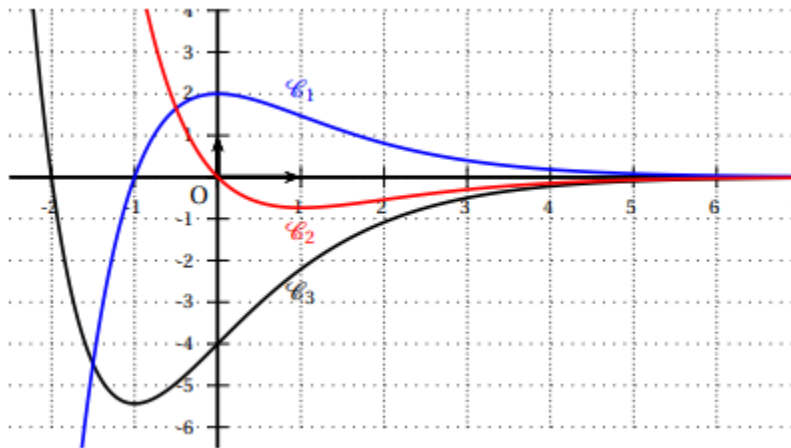
Partie A

1. Calculer $f(-1)$ et en donner une valeur approchée à 10^{-2} près.
2. Justifier que $f'(x) = 2(x+1)e^{-x}$ où f' est la fonction dérivée de f .
3. En déduire les variations de la fonction f .

Partie B

Dans le repère orthogonal ci-dessous trois courbes $\mathcal{C}_1, \mathcal{C}_2$ et $\mathcal{C}_3$ ont été représentées.

L'une de ces courbes représente la fonction f , une autre représente sa dérivée et une troisième représente sa dérivée seconde.



1. Identifier chaque courbe.
2. Étudier la convexité de la fonction f .
Donner les coordonnées du point d'inflexion de la courbe représentative de f .

Exercice 2

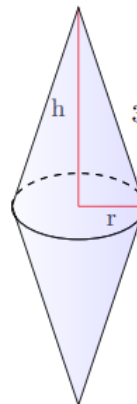
On considère un double cône, de rayon r , de hauteur h et d'arête 3.

1. Déterminer l'expression de r^2 en fonction de h .
2. Déterminer l'expression du volume V du cône en fonction de h .
3. Soit f la fonction définie sur $[0; 3]$ par :

$$f(x) = \frac{2\pi}{3}(9x - x^3).$$

Dresser le tableau de variation de f sur $[0; 3]$.

4. En déduire le volume maximal du cône.



Exercice 3

On modélise le nombre de malades (en milliers) dans un pays lors d'une épidémie, en fonction du nombre t de jours écoulés depuis l'apparition d'une maladie.

Cette modélisation est donnée par la fonction f définie sur $[0 ; 60]$ par $f(t) = t^2 e^{-0,1t}$.

1. Calculer $f'(t)$ pour tout réel de l'intervalle $[0 ; 60]$.
2.
 - a. Déterminer le signes de $f'(t)$ sur $[0 ; 60]$.
 - b. Déterminer les variations de $f'(t)$ sur $[0 ; 60]$.
 - c. Déterminer au bout de combien de jours le nombre des malades est maximal puis préciser le nombre approximatif de malades ce jour-là.
3. Démontrer que pour tout réel t de $[0 ; 60]$, $f''(t) = (0,01t^2 - 0,4t + 2)e^{-0,1t}$.
4.
 - a. Étudier la convexité de la fonction f sur $[0 ; 60]$.
 - b. Justifier que sur l'intervalle $[0 ; 15]$, la courbe représentative de la fonction f admet un unique point d'inflexion.
Donner une interprétation dans le contexte de l'exercice, de l'abscisse de ce point d'inflexion.

Exercice 4

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Une réponse exacte rapporte un point.

Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.

Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie.

Aucune justification n'est demandée.

1. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = xe^{x^2}$.
La fonction dérivée de f est la fonction f' définie sur $\mathbb{R}$ par :

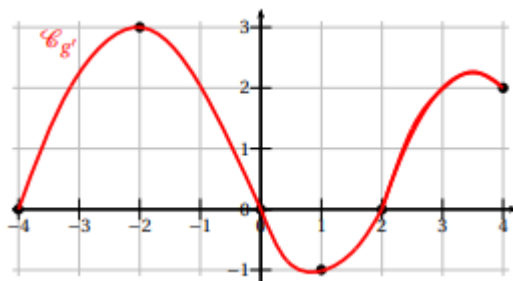
a. $f'(x) = 2xe^{x^2}$

b. $f'(x) = (1 + 2x)e^{x^2}$

c. $f'(x) = (1 + 2x^2)e^{x^2}$

d. $f'(x) = (2 + x^2)e^{x^2}$

2. On suppose que g est une fonction dérivable sur l'intervalle $[-4 ; 4]$. On donne ci-dessous la représentation graphique de sa fonction dérivée g' .



On peut affirmer que :

- a. g admet un maximum en -2
b. g est croissante sur $[1 ; 2]$
c. g est convexe sur l'intervalle $[1 ; 2]$
d. g admet un minimum en 0
3. On considère une fonction f définie et dérivable sur $[-2 ; 2]$. Le tableau de variations de la fonction f' dérivée de la fonction f sur l'intervalle $[-2 ; 2]$ est donné par :

x	-2	-1	0	2
variations de f'	$ \begin{array}{ccccc} 1 & & & & -1 \\ & \searrow & & \nearrow & \\ & & 0 & & \\ & & & \searrow & \\ & & & & -2 \end{array} $			

La fonction f est :

- a. convexe sur $[-2 ; -1]$
b. concave sur $[0 ; 1]$
c. convexe sur $[-1 ; 2]$
d. concave sur $[-2 ; 0]$
4. Si H est une primitive d'une fonction h définie et continue sur $\mathbb{R}$, et si k est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $k(x) = h(2x)$, alors, une primitive K de k est définie sur $\mathbb{R}$ par :
- a. $K(x) = H(2x)$
b. $K(x) = 2H(2x)$
c. $K(x) = \frac{1}{2}H(2x)$
d. $K(x) = 2H(x)$
5. L'équation réduite de la tangente au point d'abscisse 1 de la courbe de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = xe^x$ est :
- a. $y = ex + e$
b. $y = 2ex - e$
c. $y = 2ex + e$
d. $y = ex$