

Devoir 5**Exercice 1 :**

Soit f la fonction définie sur $I = [1; 2]$ par $f(x) = 5 - \frac{16}{3+x}$.

- 1) a) Étudier le sens de variation de f sur l'intervalle I et dresser son tableau de variations.
b) Vérifier que pour tout réel x de I , $f(x) \in I$.
- 2) On considère la suite définie par $u_0 = 2$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = f(u_n)$.
a) Démontrer par récurrence que la suite (u_n) est décroissante et minorée par 1.
b) En déduire que la suite (u_n) converge vers un réel l .
c) Expliquer pourquoi l est solution dans I de l'équation $f(x) = x$. Déterminer l .

Exercice 2 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^3 - x^2 + 5x - 11$.

- 1) Calculer la dérivée de f .
- 2) Étudier le signe de f' sur $\mathbb{R}$ et tracer le tableau de variation de f . On complétera le tableau en déterminant les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
- 3) Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α sur $\mathbb{R}$.
Donner un encadrement au centième près de α .

Exercice 3 :

Calculer la dérivée des fonctions suivantes :

- a) $a(x) = \sqrt{3x^2 + 11}$ sur $\mathbb{R}$.
- b) $b(x) = (5x^2 - 3x + 7)^5$ sur $\mathbb{R}$.
- c) $c(x) = \frac{1}{(2x^2 + x + 2)^3}$ sur $\mathbb{R}$.
- d) $d(x) = 8e^{-x^2 - 10}$ sur $\mathbb{R}$.
- e) $e(x) = (-3x^2 + 4x - 6)e^{5x}$ sur $\mathbb{R}$.
- f) $f(x) = \frac{3x - 1}{x^2 + 7}$ sur $\mathbb{R}$.