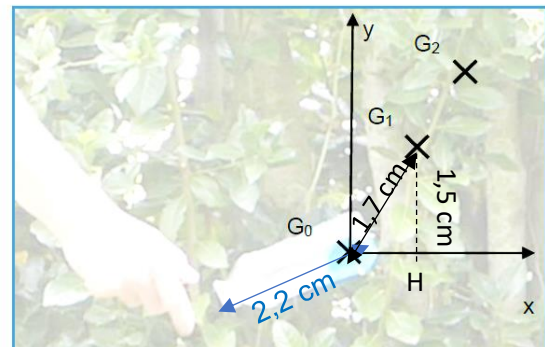
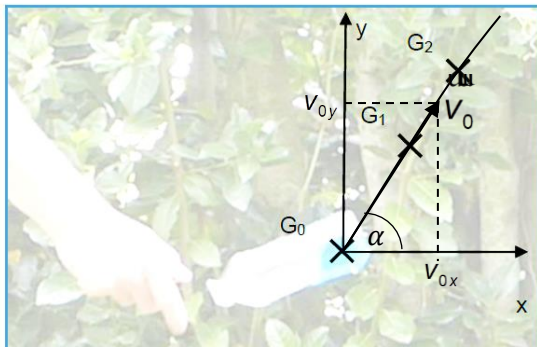


DS Chapitre 07 – Mouvement dans un champ uniforme - Correction

Partie 1 : Recherche des conditions initiales sur la vitesse

1.



2. Entre les points G_0 et G_1 , la vitesse v_0 s'écrit : $v_0 = \frac{G_0G_1}{t_1 - t_0} = \frac{G_0G_1}{\tau}$ avec $t = 40$ ms.

Bouteille : 18 cm en réalité et 2,2 cm sur la photo.

G_0G_1 : 1,7 cm sur la photo donc en réalité : $G_0G_1 = \frac{1,7 \times 18}{2,2} = 14 \text{ cm} = 1,4 \times 10^{-1} \text{ m}$.

$v_0 = \frac{1,4 \times 10^{-2}}{40 \times 10^{-3}} = 3,5 \text{ m.s}^{-1}$. Valeur proche de la valeur 3,6 m.s⁻¹.

```
1.7*18/2.2
13.90909091
13.9E-2/40E-3
3.475
```

3. Le vecteur vitesse a pour direction la droite (G_0G_1) .

On appelle H le projeté du point G_1 sur l'axe Ox. Dans le triangle G_0G_1H rectangle en H, on a

$\sin \alpha = \frac{G_1H}{G_0G_1}$. On a mesuré $G_0G_1 = 1,7$ cm et on mesure $G_1H = 1,5$ cm donc :

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{G_1H}{G_0G_1}\right) = \arcsin\left(\frac{1,5}{1,7}\right) = 62^\circ$$

Partie 2 : Modélisation du déplacement du centre de masse

4. Système {bouteille} de centre de masse G. Référentiel terrestre supposé galiléen. Force : $\vec{P} = m \cdot \vec{g}$ l'action de l'air est négligeable.

La deuxième loi de Newton impose : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \cdot \vec{a}$ soit : $\vec{P} = m \cdot \vec{a} \Leftrightarrow m \cdot \vec{g} = m \cdot \vec{a} \Leftrightarrow \boxed{\vec{a} = \vec{g}}$

Par projection dans le repère il vient :

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ -g \end{pmatrix}$$

5. On a

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ -g \end{pmatrix}$$

Par primitivation, il vient : $\vec{v} \begin{cases} v_x(t) = Cte_1 \\ v_y(t) = -g \cdot t + Cte_2 \end{cases}$

On détermine les constantes avec les conditions initiales du vecteur vitesse initiale : $\vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0 \cdot \cos \alpha \\ v_{0y} = v_0 \cdot \sin \alpha \end{cases}$

Compte tenu du vecteur vitesse initiale $\vec{v}_0 = \vec{v}(t=0)$ on a : $\vec{v}(0) \begin{cases} v_0 \cdot \cos \alpha = Cte_1 \\ v_0 \cdot \sin \alpha = Cte_2 \end{cases}$

Finalement : $\vec{v} \begin{cases} v_x(t) = v_0 \cdot \cos \alpha \\ v_y(t) = -g \cdot t + v_0 \cdot \sin \alpha \end{cases}$

En primitivant, on a : $\overrightarrow{OG} \begin{cases} x(t) = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t + Cte_3 \\ y(t) = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t + Cte_4 \end{cases}$

Conditions initiales, à $t = 0$ s, le projectile est au point de coordonnées ($x(0) = 0$; $y(0) = 0$) donc :

$$\overrightarrow{OG}(0) \begin{cases} 0 = Cte_3 \\ 0 = Cte_4 \end{cases}$$

Finalement, on obtient les équations horaires $\overrightarrow{OG} \begin{cases} x(t) = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t \\ y(t) = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t \end{cases}$

6. Par combinaison des équations horaires (démonstration classique), il vient :

$$y(x) = -\frac{g}{2(v_0 \cos \alpha)^2} x^2 + \tan \alpha \times x$$

7. La droite en pointillés (b) passe par l'origine. Elle correspond à $x(t)$ car l'expression $x(t) = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t$ montre que x est proportionnel au temps t . La courbe (a) est une parabole de concavité tournée vers le bas. Elle correspond à $y(t)$ car l'expression $y(t) = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t$ montre que y est une fonction parabolique du temps t dont le terme devant t^2 est négatif.

8. Le terme caché dans le rectangle gris est : $v_0 \cdot \sin(\alpha \cdot \pi / 180)$

9. Lorsque la bouteille touche la table $y(t) = 0$. Graphiquement, en écartant la solution $t = 0$ s, on lit : $t = 0,60$ s.

Remarque : $-\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t = 0 \Leftrightarrow t \cdot \left(-\frac{1}{2} \cdot g \cdot t + v_0 \cdot \sin \alpha \right) = 0$. En écartant la solution $t = 0$ s, il vient :

$$-\frac{1}{2} \cdot g \cdot t + v_0 \cdot \sin \alpha = 0$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{2v_0 \cdot \sin \alpha}{g}$$

$$t = \frac{2 \times 3,6 \times \sin(59)}{9,81} = 0,63 \text{ s.}$$

10. La durée obtenue par la modélisation est 0,60 s. Elle n'appartient pas à l'intervalle de la durée réelle. Cet écart peut être expliqué par le fait que, dans la modélisation, on a négligé les actions de l'air sur la bouteille et le mouvement de l'eau dans la bouteille.
11. Pour $t = 0,60$ s on lit : $x = 1,15$ m. La distance réelle sera certainement inférieure à 1,15 m à cause des frottements de l'air.