

TSpé Espace&Vecteurs Enoncé

Exercice 1

L'espace est muni d'un repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ orthonormé.

VRAI ou **FAUX** ? on justifiera brièvement la réponse.

1) on donne $\vec{u}(-1; 0; 1)$; $\vec{v}(-10; 6; -1)$ et $\vec{w}(3; -2; 1)$.

a) $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires. b) $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont coplanaires.

2) on donne $A(2; -3; 1)$, $B(-3; 1; -3)$ et $C(2; -1; 3)$.

a) ABC est un triangle rectangle.

b) Le centre du cercle circonscrit au triangle ABC appartient à l'axe (Ox) .

c) Le centre de gravité ABC a pour coordonnées $(1; -1; 1)$.

3) On donne $A(2; -3; 1)$, $B(4; 2; 2)$ et $C(6; -5; 3)$.

a) A, B et C définissent un plan.

b) La droite (AB) coupe l'axe (Oy) en $D(0; -8; 0)$.

4) Donner une représentation paramétrique de cette droite dans le repère repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

Exercice 2

$ABCD$ est un tétraèdre. E est le symétrique de D par rapport à B .

F est le point tel que $ABFE$ est un parallélogramme et G est le point tel que $CDGF$ est un parallélogramme.

1) Faire une figure.

2) a) Démontrer que les points A, B, C et G sont coplanaires.

(On pourra déterminer deux réels α et β tels que $\vec{BG} = \alpha \vec{BA} + \beta \vec{BC}$.)

b) Que représente le point B pour le triangle ACG .

3) a) Justifier que le quadruplet $(A; \vec{AB}; \vec{AC}; \vec{AD})$ constitue un repère R de l'espace.

b) Déterminer, dans R , les coordonnées des points E, F et G .

Exercice 3

Soient $A(-2; 0; 1)$, $B(1; 2; -1)$ et $C(-2; 2; 2)$ trois points de l'espace muni d'un repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

1) Vérifier que les A, B et C définissent un plan.

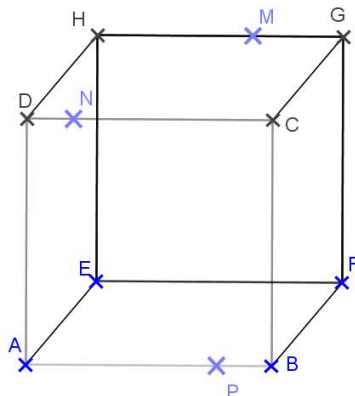
2) Soit $D(-2; -1; 0)$ et $E(-2; 5; 2)$.

Démontrer que la droite (DE) et le plan (ABC) sont sécants en un point I dont on déterminera les coordonnées.

Exercice 4

On considère un cube $ABCDEFGH$ tracé ci-dessous, et on se donne trois points M, N et P respectivement sur les arêtes $[GH]$, $[CD]$ et $[AB]$.

Construire la section du cube par le plan (MNP) . Laisser apparents les traits de constructions.

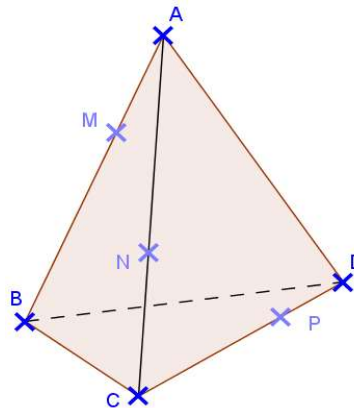


Exercice 5

On considère un tétraèdre $ABCD$.

On se donne trois points M , N et P respectivement situé sur les arêtes $[AB]$, $[AC]$ et $[CD]$

Construire le point d'intersection du plan (MNP) avec l'arête $[BD]$.



Exercice 6

On donne les droites d et d' de représentations paramétriques suivantes :

$$\begin{cases} x = 6 - 3s \\ y = -7 + 2s \\ z = -1 + s \end{cases} \quad s \in \mathbb{R} \quad \text{et} \quad \begin{cases} x = -3 + t \\ y = -3 \\ z = -5 + 2t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

Démontrer que ces droites sont sécantes et déterminer les coordonnées de leur point d'intersection.

Exercice 7

- 1) Démontrer que les trois points $A(-1; 2; 5)$; $B(1; 0; -2)$ et $C(0; 2; -3)$ définissent un plan.
- 2) Déterminer une représentation paramétrique de ce plan
- 3) a) Prouver que les plans (ABC) et $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ne sont pas parallèles.
b) En déduire une représentation paramétrique de la droite Δ intersection de ces deux plans.

Exercice 8

L'espace est rapporté à un repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On note d_1 la droite passant par les points $A(1; -2; -1)$ et $B(3; -5; -2)$.

- 1) Démontrer qu'une représentation paramétrique de d_1 est :
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - 3t \\ z = -1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

- 2) d_2 est la droite de représentation paramétrique :
$$\begin{cases} x = 2 - s \\ y = -1 + 2s \\ z = -s \end{cases} \quad s \in \mathbb{R}$$

Démontrer que d_1 et d_2 ne sont pas coplanaires.

- 3) On considère le plan $\mathcal{P}$ passant par le point $C(0; -3; 0)$ et dirigé par les vecteurs $\vec{u}(1; -4; 0)$ et $\vec{v}(0; -5; 1)$
 - a) Démontrer que le plan $\mathcal{P}$ contient la droite d_1 .
 - b) Démontrer que le plan $\mathcal{P}$ et la droite d_2 se coupent en un point D dont on déterminera les coordonnées.