

UE9 – Mathématiques - Biostatistiques

Annales classées corrigées

Variables Aléatoires

CORRIGE

TABLEAU DE REPONSES

2023	2022	2021	2020	2018	2017	2016	2015	2012	2011
Q6 : ACE	Q9 : BDE	Q9 : ACD	Q1 : AE	Q3 : BCD	Q10 : BE	Q3 : AC	Q3 : BD	Q2 : A	Q1 : AD
			Q2 : BC		Q13 : ACDE	Q4 : ACD			Q4 : E
									Q5 : ABE

2010	2008	2007	2006
Q6 : ABC	Q5 : E	Q1 : ADE	Q3 : AC
		Q3 : C	
		Q4 : B	

ANNALES CLASSEES CORRIGÉES SUPPLEMENTAIRES

2023 Session 2	2022 Session 2	2021 Session 2
Q6 : ABE	Q9 : E	Q6 : CDE
Q7 : A		

Question n°6

D'après l'énoncé, la durée X suit une loi exponentielle :

$$X \sim \text{Exp}(\text{moy} = 12 \text{ minutes})$$

A. VRAI

D'après le formulaire :

$$P(X \leq x) = 1 - \exp^{-\lambda x}$$

On a alors :

$$P(10 < X < 20) = P(X > 10) - P(X > 20) = \exp^{-\frac{1}{12} \times 10} - \exp^{-\frac{1}{12} \times 20} = 0,25$$

B. FAUX

On utilise les propriétés de la loi sans mémoire :

$$P(X < 24 | X > 12) = P(X < 12) = 1 - \exp^{-\frac{1}{12} \times 12} = 0,63$$

C. VRAI

Pour une loi exponentielle, la médiane est égale à :

$$\text{med} = 0,7 \times E(X) \rightarrow \text{med} = 0,7 \times 12 = 8,4 \text{ min}$$

D. FAUX

Peu importe le nombre d'opérations, une loi exponentielle ne pourra pas être approchée par une loi normale.

E. VRAI

On obtient à l'aide du formulaire :

$$\text{Var}(X) = \frac{1}{\lambda^2} = 12^2 = 144 \text{ min}^2$$

Question n°9

A FAUX

D'après le formulaire, on a pour une loi exponentielle :

$$E(X) = \frac{1}{\lambda}; Var(X) = \frac{1}{\lambda^2}$$
$$E(X) = 48 \text{ h}; Var(X) = 48^2 = 2304 \text{ h}$$

B VRAI

Une loi exponentielle est continue :

$$P(X = 48) = 0$$

C FAUX

Dans le cas d'une loi exponentielle :

$$\text{médiane} = 0,7 \times E(X) = 0,7 \times 48 = 33,6 \text{ h}$$

D VRAI

D'après le formulaire, on a :

$$P(X < x) = 1 - e^{-\lambda x}$$
$$P(X < 24) = 1 - e^{-\frac{24}{48}} = 0,39$$

E VRAI

$$P(24 < X < 48) = P(X < 48) - P(X < 24) = 1 - e^{-\frac{48}{48}} - \left(1 - e^{-\frac{24}{48}}\right) = 0,24$$

Question n°9

$$T \sim \text{Exp}$$

$$\text{Médiane} = 4h$$

A. Vrai

On a pour la médiane d'une loi exponentielle :

$$\text{médiane} = \frac{0,7}{\lambda} \rightarrow \lambda = 0,175 \text{ h}^{-1}$$

$$P(X < 12) = 1 - e^{-\lambda x} = 1 - e^{-0,175 \times 12} = 0,88$$

B. Faux

Réalisation de la loi exponentielle $[0 ; +\infty[$.

$$P(X > 24) \neq 0$$

C. Vrai

On utilise la loi sans mémoire et la valeur de la médiane :

$$P(X < 8 | X > 4) = P(X < 4) = 0,5$$

D. Vrai

$$P(X < 8) = 1 - e^{-\lambda x} = 1 - e^{-0,175 \times 8} = 0,75$$

E. Faux

D'après le formulaire :

$$E(X) = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{0,175} = 5,7h$$

2023 Session 2

Question n°6

D'après l'énoncé, X suit une loi exponentielle de paramètres $\lambda = \frac{1}{120} \text{ min}^{-1}$.

A. Vrai

$$\text{médiane} = 0,7 \cdot E(X) = 0,7 \cdot 120 = 84 \text{ min}$$

B. Vrai

$$\text{Var}(X) = \frac{1}{\lambda^2} = 120^2 \text{ min}^2$$

C. Faux

On utilise la loi sans mémoire :

$$P(X > 240 | X > 120) = P(X > 120) = \exp^{-\lambda x} = \exp^{-120/120} = 0,37$$

D. Faux

Une loi exponentielle ne peut pas être modélisée par une loi normale.

E. Vrai

Pour $n = 100$ bennes :

$$\begin{aligned} E(M_{100}) &= E(X) = 120 \text{ min} \\ \text{Var}(M_{100}) &= \frac{\text{Var}(X)}{n} = \frac{120^2}{100} = 144 \text{ min}^2 \end{aligned}$$

De plus $n > 30$, il est possible d'approximer la durée moyenne des tournées de 100 bennes par une loi normale.

Question n°7

Réponse : A

On note X_g : une benne d'un arrondissement gréviste et X_{ng} une benne d'un arrondissement non gréviste.

$$\begin{aligned} P(X_g | X > 120) &= \frac{P(X > 120 | X_g) P(X_g)}{P(X > 120 | X_g) P(X_g) + P(X > 120 | X_{ng}) P(X_{ng})} \\ P(X_g | X > 120) &= \frac{e^{-\frac{120}{200}} \cdot 0,40}{e^{-\frac{120}{200}} \cdot 0,40 + e^{-\frac{120}{120}} \cdot 0,6} = 0,50 \end{aligned}$$

2022 Session 2

Question n°9

Réponse : E

D'après l'énoncé, X suit une loi exponentielle de paramètres $\lambda = \frac{1}{2} \text{ h}^{-1}$.

On utilise la loi sans mémoire :

$$P(X < 2,5 | X > 1) = P(X < 1,5) = 1 - \exp^{-\lambda x} = 1 - \exp^{-1,5/2} = 0,53$$

2021 Session 2

Question n°6

D'après l'énoncé, T suit une loi exponentielle d'espérance 4 jours.

A Faux

La loi exponentielle est une loi continue.

B Faux

Une loi exponentielle est continue :

$$P(T = 4) = 0$$

C Vrai

Dans le cas d'une loi exponentielle :

$$\text{médiane} = 0,7 \times E(X) = 0,7 \times 4 = 2,8 \text{ j}$$

D Vrai

D'après le formulaire :

$$E(X) = \frac{1}{\lambda} \rightarrow \lambda = 0,25 \text{ jours}^{-1}$$

E Vrai

D'après le formulaire :

$$P(T \leq 12) = 1 - e^{-\lambda t} = 1 - e^{-\frac{12}{4}} = 0,95$$