

Mineure BPC
ECUE Physique
Physique du sport

Annales Classées

LOIS DE NEWTON

SUJET

Exercice 2 : mouvement d'un ballon dans l'air

Les parties A et B de cet exercice sont totalement indépendantes.

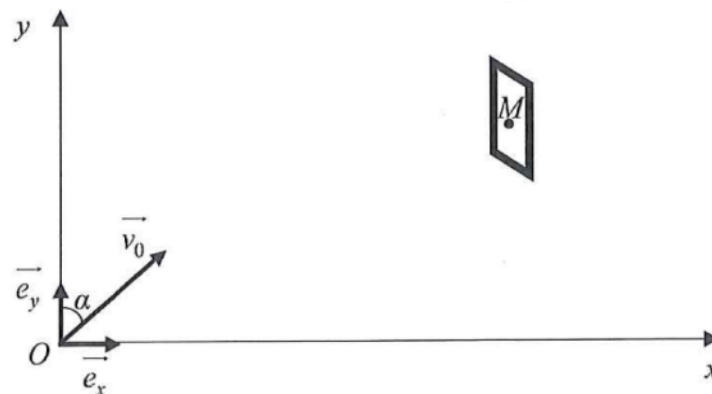
Partie A Mouvement du ballon en l'absence de toute action de l'air

Le mouvement d'un ballon, de masse m , peut être assimilé à celui de son centre de gravité G et sera étudié dans un plan vertical associé à un repère $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y)$ tel que $\vec{e}_x$ définit la direction horizontale et $\vec{e}_y$ la direction verticale ascendante. L'origine O de ce repère se trouve au niveau du sol.

A l'instant $t = t_0 = 0$, le ballon posé au sol est frappé avec un vecteur vitesse $\vec{v}_0 = v_{0x}\vec{e}_x + v_{0y}\vec{e}_y$ incliné d'un angle α par rapport à la verticale (voir schéma ci-dessous).

On note v_0 la norme de $\vec{v}_0$ et $\vec{g}$ le vecteur accélération de la pesanteur, de norme g .

Les caractéristiques de $\vec{v}_0$ permettent au ballon de rentrer dans la lucarne au moment où il atteint le point M , situé à la hauteur maximale de sa trajectoire.



Question 14. Quelles sont les composantes de la vitesse initiale du ballon ? Choisir la proposition exacte.

- A) $v_{0x} = 0$ et $v_{0y} = v_0 \cos(\alpha)$
- B) $v_{0x} = v_0 \cos(\alpha)$ et $v_{0y} = 0$
- C) $v_{0x} = v_0 \cos(\alpha)$ et $v_{0y} = v_0 \sin(\alpha)$
- D) $v_{0x} = v_0 \sin(\alpha)$ et $v_{0y} = v_0 \cos(\alpha)$
- E) $v_{0x} = v_{0y} = v_0$

Question 15. Quelles sont les équations horaires des composantes horizontale et verticale de la vitesse $\vec{v} = v_x \vec{e}_x + v_y \vec{e}_y$ du ballon pour $t \geq t_0$? Choisir la proposition exacte.

- A) $v_x(t) = v_{0x}$ et $v_y(t) = v_{0y} - gt$
- B) $v_x(t) = v_{0x} - gt$ et $v_y(t) = v_{0y}$
- C) $v_x(t) = v_{0x}$ et $v_y(t) = v_{0y}$
- D) $v_x(t) = gt + v_{0x}$ et $v_y(t) = 0$
- E) $v_x(t) = -gt + v_{0x}$ et $v_y(t) = -gt + v_{0y}$

Question 16. Quelles sont les composantes du vecteur vitesse du ballon lorsque ce dernier atteint son altitude maximale (point M), soit $\vec{v}_M$? Choisir la proposition exacte.

- A) $\vec{v}_M(0, v_0)$
- B) $\vec{v}_M(v_0, 0)$
- C) $\vec{v}_M(v_{0x}, v_{0y})$
- D) $\vec{v}_M(v_{0x}, 0)$
- E) $\vec{v}_M(0, v_{0y})$

Question 17. Quelle est l'expression de l'altitude maximale du ballon ? Choisir la proposition exacte.

- A) $y_M = \frac{v_{0x}^2}{2g}$
- B) $y_M = \frac{v_{0y}^2}{2g}$
- C) $y_M = \frac{v_0^2}{2g}$
- D) $y_M = \frac{v_{0x}^2 \cos^2(\alpha)}{2g}$
- E) $y_M = \frac{v_{0y}^2 \sin^2(\alpha)}{2g}$

Partie B Mouvement du ballon en présence de frottement fluide

Un ballon sphérique, de masse m et de rayon R (section efficace $S = \pi R^2$), est lâché à l'instant $t = t_0 = 0$, sans vitesse initiale, d'une tour de très grande hauteur (plusieurs centaines de mètres). Il ne rencontre aucun obstacle sur sa trajectoire lors de sa chute vers le sol.

La position du ballon est étudiée dans un référentiel lié au sol, selon un axe (Oy) vertical de vecteur unitaire $\vec{e}_y$ orienté vers le haut, l'origine O étant fixée au niveau du sol.

On note $\vec{g}$ le vecteur accélération de la pesanteur, de norme g .

En plus de l'effet de la pesanteur, le ballon est soumis à une force de traînée (action de l'air).

On rappelle que la force de traînée, qui décrit la force de frottement entre l'air et un corps doté d'un mouvement relatif de vecteur vitesse $\vec{v}$ par rapport au fluide, est donnée par :

$$\vec{F} = -\frac{1}{2} \rho S C_x v \vec{v}$$

où ρ est la masse volumique de l'air, S la section que présente le corps face au flux d'air qu'il traverse, C_x le coefficient de traînée et v est la norme du vecteur $\vec{v}$.

On note $v(t)$ la norme à l'instant t du vecteur vitesse $\vec{v}$ du ballon par rapport à l'air.

On considère qu'une légère bise souffle avec un vecteur vitesse par rapport au sol $\vec{v}'$ uniforme, vertical et ascendant.

Question 18. Quelle est l'expression de la force nette (somme de toutes les forces extérieures) s'exerçant sur le ballon à l'instant $t = t_0 = 0$? Choisir la proposition exacte.

- A) $\sum \vec{F}_{ext} = -mg\vec{e}_y$
- B) $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$
- C) $\sum \vec{F}_{ext} = -m\vec{g}$
- D) $\sum \vec{F}_{ext} = m \frac{d\vec{v}'}{dt}$
- E) Aucune des propositions ci-dessus n'est correcte

Question 19. Quelle est l'expression de la force nette (somme de toutes les forces extérieures) s'exerçant sur le ballon à un instant $t > t_0$? Choisir la proposition exacte.

- A) $\sum \vec{F}_{ext} = -m\vec{g} + \frac{1}{2} \rho S C_x v^2 \vec{e}_y$
- B) $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{g} - \frac{1}{2} \rho S C_x v^2 \vec{e}_y$
- C) $\sum \vec{F}_{ext} = -m\vec{g} - \frac{1}{2} \rho S C_x v^2 \vec{e}_y$
- D) $\sum \vec{F}_{ext} = -(mg + \frac{1}{2} \rho S C_x v^2) \vec{e}_y$
- E) Aucune des propositions ci-dessus n'est correcte

Question 20. Quel est le comportement attendu pour le mouvement du ballon au bout d'un temps long ? Choisir la ou les proposition(s) exacte(s).

- A) Le ballon continue à accélérer avec une accélération constante.
- B) Le ballon atteint un équilibre.
- C) Le vecteur vitesse du ballon devient uniforme.
- D) Le mouvement du ballon devient rectiligne uniformément retardé.
- E) La norme de la vitesse du ballon diminue pour atteindre une valeur constante.

Question 21. Deux ballons sphériques 1 et 2, de masse identique m et de rayons respectifs $R_1 = R$ et $R_2 = 2R_1$, sont lâchés à l'instant $t = t_0 = 0$, sans vitesse initiale, de la même tour. Ils ne rencontrent aucun obstacle sur leur trajectoire au cours de leur chute et la bise s'est arrêtée mais ils subissent toujours une force de frottement due à l'air. Au bout d'un temps long après leur lâcher, que peut-on dire des valeurs de leurs vitesses respectives par rapport au sol, $v_1(t)$ et $v_2(t)$? Choisir la proposition exacte.

- A) $v_2(t) = v_1(t)$
- B) $v_2(t) = 2v_1(t)$
- C) $v_2(t) = \frac{1}{2}v_1(t)$
- D) $v_2(t) = 4v_1(t)$
- E) $v_2(t) = \frac{1}{4}v_1(t)$

Données pour l'ensemble de ce sujet

L'accélération de la pesanteur terrestre : $g \approx 10 \text{ m.s}^{-2}$

angle en degrés	30	60
cosinus	0,866	0,5
sinus	0,5	0,866

Pour les questions portant sur une application numérique, une tolérance de $\pm 5\%$ est à prendre en compte dans le choix de la proposition exacte.

Exemple : une proposition est $X = 12 \text{ m}$. Cette proposition peut être cochée si vous obtenez une valeur pour X comprise entre 11,4 et 12,6 m.

Exercice 2 : forces extérieures agissant sur une cycliste

Soit une cycliste de masse $m = 66 \text{ kg}$ roulant sur une route horizontale avec un vecteur vitesse uniforme $\vec{v}_c = \overline{cte}$ de norme $v_c = 30 \text{ km/h}$ par rapport au sol.

On rappelle que la force de traînée, qui décrit la force de frottement entre l'air et un corps doté d'un mouvement relatif par rapport au fluide, possède une norme F donnée par :

$$F = \frac{1}{2} \rho S C_x v^2$$

où $\rho = 1,22 \text{ kg/m}^3$ est la masse volumique de l'air, S la section que présente le corps face au flux d'air qu'il traverse, C_x le coefficient de traînée et v la vitesse relative de l'air par rapport au corps en mouvement.

On considère dans cet exercice que la cycliste a une position de pédalage « d'endurance » pour laquelle des mesures et études en soufflerie ont montré que le produit $S.C_x$ vaut typiquement 0,4 unités S.I.

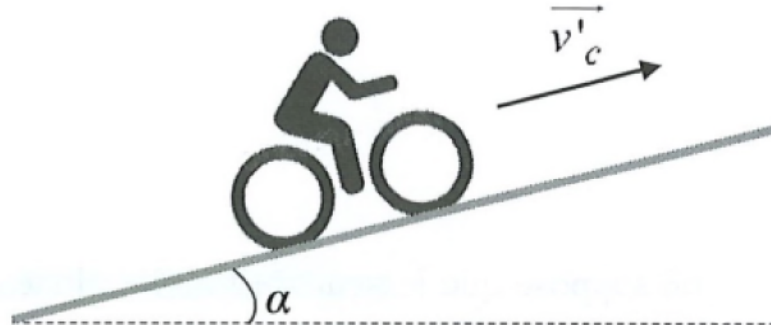
Les autres sources de frottement possibles sont négligées.

On montre que $v = 10 \text{ m/s}$

Question 18. On appelle F_p la norme de la force motrice de propulsion $\vec{F}_p$ résultant des efforts de la cycliste pour maintenir sa vitesse constante. Quelle est la valeur numérique de F_p ? Choisir la proposition exacte.

- A) 36,3 N
- B) 24,4 N
- C) 11,0 N
- D) 2,4 N
- E) 0,5 N

La cycliste roule à présent avec un vecteur vitesse uniforme $\overrightarrow{v'_c}$ de norme $v'_c = v_c$ sur une pente ascendante faisant un angle α par rapport à l'horizontale.



Question 21. Quelle est l'expression de la norme F'_p de la force de propulsion $\overrightarrow{F'_p}$ s'exerçant sur la cycliste et résultant du pédalage ? Choisir la proposition exacte.

- A) $F'_p = \frac{1}{2} \rho S C_x v_c^2 + mg \cos \alpha$
- B) $F'_p = \frac{1}{2} \rho S C_x v_c^2 - mg \cos \alpha$
- C) $F'_p = \frac{1}{2} \rho S C_x v_c^2 + mg$
- D) $F'_p = \frac{1}{2} \rho S C_x v_c^2 - mg \sin \alpha$
- E) Aucune des propositions ci-dessus n'est correcte

2021 Session 1

Données pour l'ensemble de ce sujet

L'accélération de la pesanteur terrestre : $g \approx 10 \text{ m.s}^{-2}$

angle en degrés	5	10	15	20	25	30	35	80
cosinus	0,996	0,985	0,965	0,940	0,906	0,866	0,819	0,174
sinus	0,087	0,174	0,259	0,342	0,423	0,5	0,573	0,985

Pour les questions portant sur une application numérique, une tolérance de $\pm 5\%$ est à prendre en compte dans le choix de la proposition exacte.

Exemple : une proposition est $X = 12 \text{ m}$. Cette proposition peut être cochée si vous obtenez une valeur pour X comprise entre 11,4 et 12,6 m.

Exercice 3 : Mouvement d'une skieuse

Les parties I et II peuvent être traitées indépendamment.

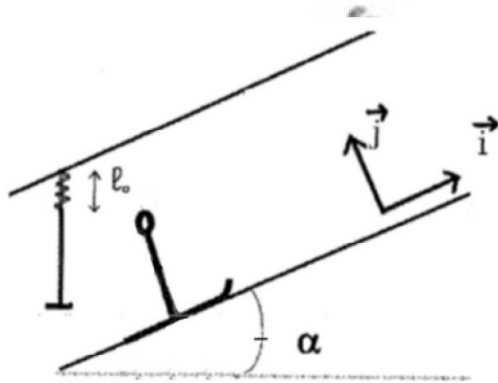
On considère le mouvement avec frottements d'une skieuse de masse $m = 60 \text{ kg}$.

Partie I : la skieuse sur le remonte-pente

Dans cette partie du problème la seule force de frottement considérée sur la skieuse est la force de friction de contact.

La force de friction de contact entre les skis et la neige est caractérisée par un coefficient de friction statique $f_s = 0,15$ et un coefficient de friction cinétique $f_c = 0,03$ sur de la neige mouillée sans fartage particulier des skis.

Question 18. Une skieuse de masse m se positionne au point de départ d'un remonte-pente en attendant d'attraper une perche. La pente à cet endroit fait un angle α avec l'horizontale. La skieuse est immobile et ne glisse pas en arrière.



Skieuse sur une pente d'angle α immobile attendant la perche d'un remonte-pente. On place un repère orthonormé $(\vec{i}, \vec{j})$ tel que $\vec{i}$ est parallèle à la pente et ascendant et $\vec{j}$ perpendiculaire à la pente vers le haut.

La perche comporte une tige rigide et un ressort de longueur à vide l_0 , on néglige son allongement par la masse de la perche.

Que peut-on dire sur l'angle maximal de la pente pour qu'il n'y ait pas de glissement ? Et sur la force de friction ?

Choisir la (ou les) proposition(s) exacte(s).

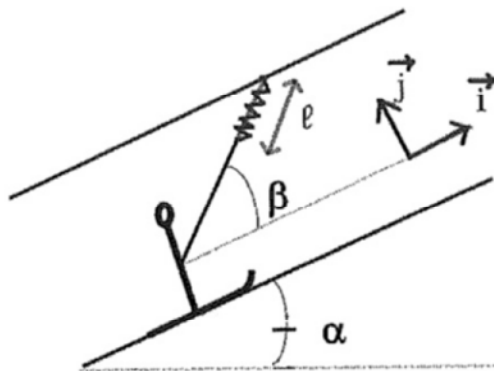
- A) L'angle maximal de la pente vérifie : $\tan \alpha = f_s$
- B) L'angle maximal de la pente vérifie : $\tan \alpha = \frac{1}{f_s}$
- C) La force de friction s'écrit : $mg \cos \alpha \vec{i}$
- D) La force de friction s'écrit : $-mg \cos \alpha \vec{i}$
- E) Aucune des propositions ci-dessus n'est exacte

Question 19. Si la masse de la skieuse était double, que pourrait-on dire quand elle se place au démarrage du remonte-pente comme sur la figure précédente, en attendant d'attraper une perche ? Choisir la (ou les) proposition(s) exacte(s).

- A) La skieuse de masse 120 kg glisserait en arrière sur la même pente
- B) La skieuse de masse 120 kg ne glisserait pas en arrière sur la même pente
- C) L'angle maximal de la pente pour que la skieuse de masse 120 kg ne glisse pas en arrière serait plus grand que celui correspondant à une skieuse de 60 kg
- D) L'angle maximal de la pente pour que la skieuse de masse 120 kg ne glisse pas en arrière serait double de celui correspondant à une skieuse de 60 kg
- E) Aucune des propositions ci-dessus n'est exacte

On considère maintenant qu'après avoir attrapé une perche du remonte-pente, la skieuse de masse $m = 60 \text{ kg}$ atteint en un intervalle de temps $\Delta t = 2 \text{ s}$ une vitesse constante parallèle à la pente, ascendante et de la valeur $v_0 = 3,2 \text{ m/s}$.

Dns cette partie de la trajectoire, on considère que l'angle de la pente est $\alpha = 25^\circ$ et que la perche fait un angle $\beta = 40^\circ$ avec la direction de la pente.



*Skieuse tractée par une perche du remonte-pente.
L'angle β est l'angle d'inclinaison de la tige rigide de la perche par rapport à la perche.
Dans la position de traction le ressort de la perche prend une longueur ℓ .*

Question 20. Quelle est la valeur de la force nette moyenne sur la skieuse durant la phase d'accélération de durée $\Delta t = 2 \text{ s}$? **(une proposition exacte).**

- A) 41 N
- B) 10 N
- C) 87 N
- D) 16 N
- E) Aucune des propositions ci-dessus n'est exacte

Question 21. Après cette phase d'accélération la skieuse est animée d'une vitesse constante le long de toute la pente de la remontée mécanique. On notera $\vec{T}$ (de norme T) la force de traction de la perche sur la skieuse.

Parmi les propositions suivantes concernant les forces qui s'exercent sur la skieuse, quelle(s) est (ou sont) la (ou les) proposition(s) exacte(s)?

- A) $T \cos \beta - mg \sin \alpha - f_c (mg \cos \alpha - T \sin \beta) = 0$
- B) La somme des forces (extérieures) sur la skieuse est nulle
- C) La force normale de la piste sur la skieuse est : $mg \cos \alpha - T \sin \beta$
- D) La force de friction est indépendante de la vitesse
- E) Aucune des propositions ci-dessus n'est exacte

Question 22. La perche est composée d'une tige rigide terminée par un ressort de raideur k et de longueur à vide ℓ_0 . On rappelle que d'après la loi de Hooke la norme de la force de rappel est $k.a$ où $a = |\ell - \ell_0|$ est l'allongement ou la compression du ressort de longueur ℓ . On néglige le poids de la perche.

Quelle est l'allongement a du ressort de la perche ? (**une proposition exacte**).

A) $a = \frac{mg}{k} \left(\frac{\cos \alpha}{\sin \beta} + f_c \frac{\cos \alpha}{\cos \beta} \right)$

B) $a = \frac{mg}{k} \left(\frac{\sin \alpha + f_c \cos \alpha}{\cos \beta + f_c \sin \beta} \right)$

C) $a = \frac{mg}{k} \left(\frac{\cos \alpha}{\sin \beta} + f_c \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \right)$

D) $a = \frac{mg}{k} \left(\frac{\cos \alpha + f_c \sin \alpha}{\sin \beta + f_c \cos \beta} \right)$

E) Aucune des propositions ci-dessus n'est exacte

Partie II : la descente

On considère maintenant la skieuse en haut d'une pente et s'appêtant à faire une descente sans s'aider de ses bâtons.

On tiendra compte dans cette partie de la force de friction de contact entre les skis et la neige et de la force de frottement de l'air sur la skieuse.

La force de friction de contact entre les skis et la neige est caractérisée par un coefficient de friction statique $f_s=0,15$ et un coefficient de friction cinétique $f_c=0,03$ sur de la neige mouillée sans fartage particulier des skis.

On rappelle que la force de traînée, qui décrit la force de frottement entre l'air et un corps doté d'un mouvement relatif par rapport au fluide, possède une norme F donnée par :

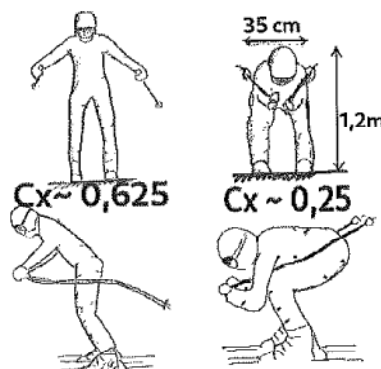
$$F = \frac{1}{2} \rho S C_x v^2$$

où $\rho=1,22 \text{ kg/m}^3$ est la masse volumique de l'air, S la section efficace du corps face au flux d'air, C_x le coefficient de traînée et v la vitesse relative de l'air par rapport au corps en mouvement.

Le coefficient de traînée C_x dépend notamment de la vitesse par le biais du nombre de Reynolds

$Re = \frac{vL}{\eta}$ où η est la viscosité cinématique, pour l'air : $\eta=15,6 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, et L est une taille caractéristique du corps.

On a $C_x \sim Re$ dans le régime visqueux, quand $Re \ll 1$, et $C_x \sim \text{constante}$ dans le régime dit turbulent, quand $Re \gg 1$, avec une valeur de la constante qui dépend de la forme du corps. Pour des vitesses élevées ($Re \gg 1$), la valeur du C_x pour une skieuse a été mesurée en soufflerie en donnant des valeurs typiques telles que celles indiquées sur la figure ci-après :



Mesure du coefficient de traînée d'une skieuse pour $Re \gg 1$: en position debout $C_x \sim 0,625$, en position de l'œuf (accroupie) $C_x \sim 0,25$

Question 23. Que peut-on dire sur la force de frottement de l'air sur le corps de la skieuse lorsqu'elle entame sa descente ? (**une proposition exacte**).

- A) La force de frottement de l'air sur la skieuse est toujours dans le régime visqueux
- B) La force de frottement de l'air sur la skieuse est en pratique toujours dans le régime turbulent
- C) Le régime visqueux de la force de frottement s'exerce d'abord et sur une distance de plusieurs mètres puis le régime devient turbulent
- D) Le régime visqueux de la force de frottement s'exerce d'abord et sur une distance de l'ordre du mètre puis le régime devient turbulent
- E) Aucune des propositions ci-dessus n'est exacte

Question 24. On considère ici que la pente a une inclinaison de $\alpha = 35^\circ$, et la skieuse a une masse $m = 60 \text{ kg}$. On suppose la skieuse dans la position aérodynamique de l'œuf : vue de face, elle apparaît comme contenue dans un rectangle de hauteur 1,2 m et de largeur 35 cm. Déterminer à partir de quelle vitesse, la force de friction de la neige sur les skis devient inférieure à la force de frottement due à l'air (**une proposition exacte**).

- A) 22 m/s
- B) 5 m/s
- C) 10 m/s
- D) 15 m/s
- E) Aucune des propositions ci-dessus n'est exacte

Question 25. Quelle est la ou quelles sont les proposition(s) exacte(s) concernant la somme des forces appliquées sur la skieuse à partir du moment où elle entame sa descente ?

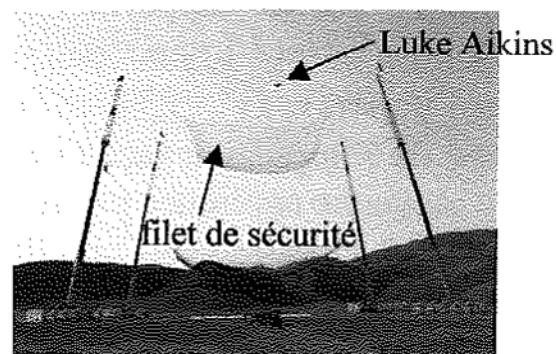
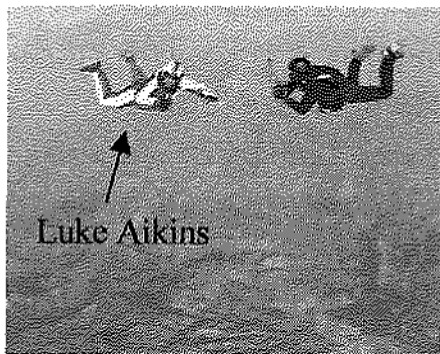
- A) Elle est constante
- B) Elle s'annule à un certain moment
- C) Elle augmente en norme pendant un certain temps
- D) Elle diminue en norme pendant un certain temps
- E) Aucune des propositions ci-dessus n'est exacte

Exercice 4 : Quantité de mouvement, travail et énergie

Les parties I et II sont totalement indépendantes.

Partie II

Le 30 juillet 2016, Luke Aikins, parachutiste et cascadeur américain, accomplit pour la première fois dans l'histoire un saut volontaire à partir d'un avion en haute altitude, sans parachute ni combinaison ailée (wingsuit). Près du sol, il est réceptionné par un filet de sécurité carré de 30 mètres de côté se trouvant à 70 mètres du sol. Luke Aikins a réussi cet exploit sans aucune blessure.



On considère un axe Oz vertical ascendant dont l'origine O est située au niveau du sol. Le cascadeur, de masse $m = 80 \text{ kg}$, saute de l'avion à une altitude H par rapport au sol avec une vitesse initiale supposée nulle (on néglige la composante horizontale de sa vitesse initiale). Le mouvement de Luke Aikins est assimilé à celui de son centre d'inertie.

On note $\vec{v}$ le vecteur vitesse du centre d'inertie du cascadeur et v la norme de ce vecteur.

La poussée d'Archimède est négligeable.

Le sol horizontal est choisi comme origine de l'énergie potentielle de pesanteur.

Question 27. On modélise la force de frottement exercée par l'air sur le cascadeur par le vecteur $\vec{f} = -kv\vec{v}$ avec $k = 0,28$ unités S.I.. On s'intéresse dans cette question à la dimension de k , à l'équation différentielle régissant le mouvement du centre d'inertie du cascadeur et à la vitesse limite v_ℓ atteinte par le cascadeur. Quelle est la (ou quelles sont) la (ou les) proposition(s) exacte(s) ?

A) $\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m}v^2 - g = 0$

B) $-mg + kv^2 = m \frac{dv}{dt}$

C) $-mg + kv^2 = 0$

D) $[k] = \text{M.T}^{-1}$

E) $v_\ell \approx 192 \text{ km/h}$

Annales Classées Supplémentaires

2022 Session 2

Données pour l'ensemble du sujet

L'accélération de la pesanteur terrestre : $g \approx 10 \text{ m.s}^{-2}$

angle en degrés	10	20	30	40	50	60	70	80
cosinus	0,985	0,940	0,866	0,766	0,643	0,5	0,342	0,174
sinus	0,174	0,342	0,5	0,643	0,766	0,866	0,940	0,985

Pour les questions portant sur une application numérique, une tolérance de $\pm 5\%$ est à prendre en compte dans le choix de la proposition exacte.

Exemple : une proposition est $X = 12 \text{ m}$. Cette proposition peut être cochée si vous obtenez une valeur pour X comprise entre **11,4 et 12,6 m**.

Exercice 1 : la fronde

On considère une fronde constituée d'une boule de masse m reliée à une corde de longueur l et animée d'un mouvement de rotation uniforme de vitesse angulaire ω dans un plan vertical Oxz selon le schéma ci-dessous. Le point C , centre de rotation, est immobile. Avant son lâcher, la boule fait n tours pendant un temps τ . On choisit comme origine des dates ($t = 0$), l'instant où la boule commence son mouvement de rotation. La masse de la corde est négligeable par rapport à celle de la boule.

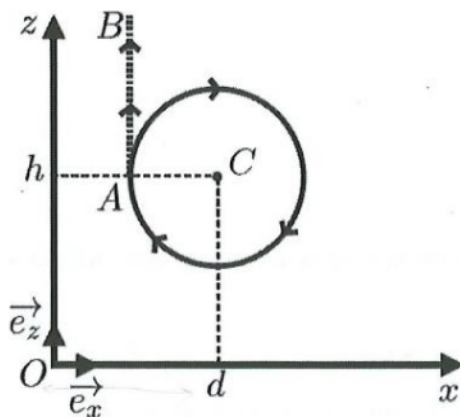
La boule est lâchée à un instant noté t_0 . A cet instant, elle se trouve au point A situé à une hauteur h par rapport au sol (plan Oxy) : la droite CA est parallèle au sol.

L'origine O est au niveau du sol et l'axe vertical Oz orienté vers le haut. Le centre de rotation C a pour coordonnées (d, h) dans le repère $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_z)$.

Les effets de l'air sont supposés négligeables pendant tout le mouvement de la boule.

La valeur de l'accélération de la pesanteur est notée g .

Données numériques : $m = 100 \text{ g}$; $l = 1 \text{ m}$; $\tau = 1 \text{ s}$; $d = 1 \text{ m}$; $h = 1,5 \text{ m}$; $n = 4$.



Question 4. Quelle est la valeur (norme) de l'accélération de la boule juste après le lâcher ? Choisir la proposition exacte.

- A) 0 m/s^2
- B) 10 m/s^2
- C) 16 m/s^2
- D) 25 m/s^2
- E) 630 m/s^2

Question 5. Quels sont les direction et sens du vecteur accélération de la boule juste après le lâcher ? Choisir la proposition exacte.

- A) Le vecteur accélération de la boule est orientée selon $\vec{e}_z$
- B) Le vecteur accélération de la boule est orientée selon $-\vec{e}_z$
- C) Le vecteur accélération de la boule est orientée selon $\vec{e}_x$
- D) Le vecteur accélération de la boule est orientée selon $-\vec{e}_x$
- E) Le vecteur accélération est égal au vecteur nul

On note v la norme du vecteur vitesse $\vec{v}$ de la boule au point A au moment du lâcher.

Question 6. Quelle est l'expression de la loi horaire $z(t)$ de la position de la boule après le lâcher, soit pour $t > t_0$? Choisir la proposition exacte.

- A) $z(t) = h + v(t - t_0) - \frac{1}{2}g(t - t_0)^2$
- B) $z(t) = h - \frac{1}{2}g(t - t_0)^2$
- C) $z(t) = h - v(t - t_0) - \frac{1}{2}g(t - t_0)^2$
- D) $z(t) = h + v(t - t_0)$
- E) $z(t) = h + \frac{g}{\tau}(t - t_0) - \frac{1}{2}g(t - t_0)^2$

Exercice 2 : physique et alpinisme

Partie A

Un alpiniste, de masse $m = 100 \text{ kg}$ avec son équipement, se maintient en équilibre statique contre une paroi rocheuse à l'aide d'une corde tendue fixée à la paroi en O' et inclinée d'un angle $\alpha = 30^\circ$ par rapport à la verticale. La masse de la corde est négligeable. L'alpiniste est en appui sur ses deux pieds au point A . A cet endroit, la paroi rocheuse est inclinée d'un angle θ par rapport à la verticale. La situation est représentée sur la figure 2.1.

L'équilibre de l'alpiniste est étudié dans le repère orthonormé direct $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y)$.

On note $\vec{P}$, de norme P , le poids de l'alpiniste avec son équipement, $\vec{R}$, de norme R , la réaction de la paroi sur les pieds et $\vec{T}$, de norme $T = 954 \text{ N}$, la tension exercée par la corde au point B sur l'alpiniste.

Les 3 forces agissant sur l'alpiniste sont représentées sur la figure 2.2, regroupées au point O et sans souci d'échelle.

On ne connaît pas la direction de $\vec{R}$ (celle-ci est représentée de manière arbitraire sur les figures ci-dessous), on cherchera à la déterminer à la deuxième question de cette partie de l'exercice.

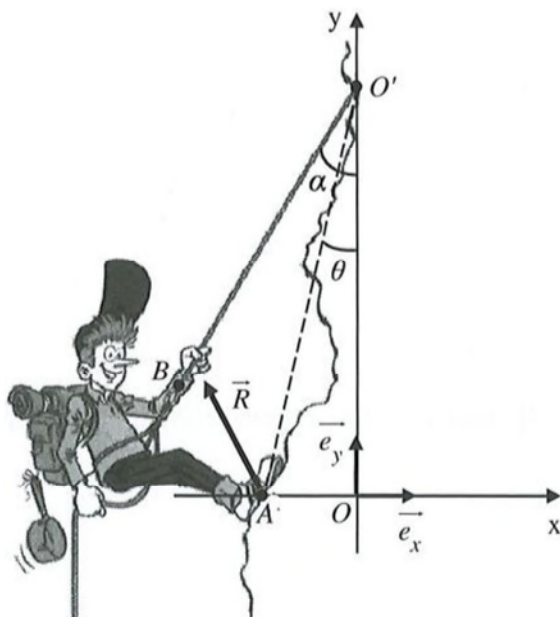


Figure 2.1

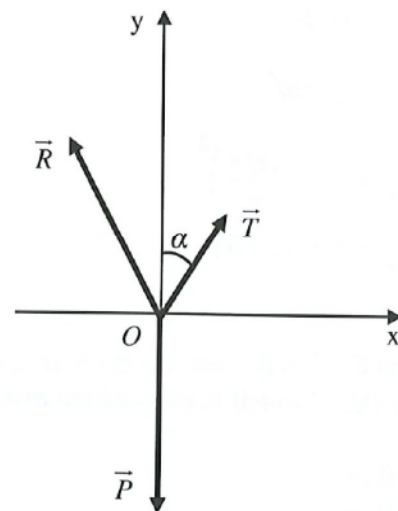


Figure 2.2

Question 9. A l'aide de la deuxième loi de Newton, déterminer la norme de la réaction $\vec{R}$ exercée par la paroi rocheuse sur les pieds de l'alpiniste ? Choisir la proposition exacte.

- A) $R \approx 508 \text{ N}$
- B) $R \approx 978 \text{ N}$
- C) $R \approx 1254 \text{ N}$
- D) $R \approx 1692 \text{ N}$
- E) Aucune des propositions ci-dessus n'est correcte

Question 10. On note β l'angle entre l'axe vertical Oy et la réaction $\vec{R}$. Quelle est la valeur de β ? Choisir la proposition exacte.

- A) $\beta \approx 20^\circ$
- B) $\beta \approx 30^\circ$
- C) $\beta \approx 50^\circ$
- D) $\beta \approx 60^\circ$
- E) $\beta \approx 70^\circ$

La réaction $\vec{R}$ s'exerçant au point A est la somme vectorielle d'une force normale à la paroi rocheuse et d'une force de frottement statique. On rappelle qu'au niveau des pieds de l'alpiniste, la paroi rocheuse est inclinée d'un angle θ par rapport à la verticale (figure 2.3).

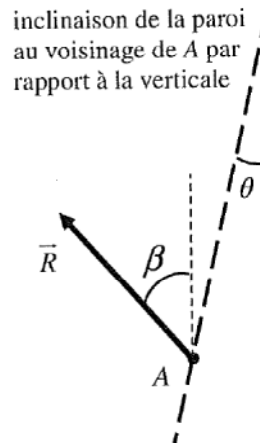


Figure 2.3

Question 11. Quelle est l'expression du coefficient de frottement statique minimal $\mu_{\min}$ nécessaire entre les chaussures de l'alpiniste et la paroi rocheuse pour que les pieds ne glissent pas? Choisir la proposition exacte.

- A) $\mu_{\min} = \cos(\theta + \beta)$
- B) $\mu_{\min} = \sin(\theta + \beta)$
- C) $\mu_{\min} = \tan(\theta + \beta)$
- D) $\mu_{\min} = \frac{1}{\cos(\theta + \beta)}$
- E) $\mu_{\min} = \frac{1}{\tan(\theta + \beta)}$

Question 12. Quelle est la valeur numérique de $\mu_{\min}$ sachant que $\theta + \beta = 80^\circ$? Choisir la proposition exacte.

- A) $\mu_{\min} \approx 0,10$
- B) $\mu_{\min} \approx 0,18$
- C) $\mu_{\min} \approx 0,58$
- D) $\mu_{\min} \approx 0,98$
- E) Aucune des propositions ci-dessus n'est correcte

Données et précision pour l'ensemble de ce sujet

- La valeur de l'accélération de la pesanteur terrestre : $g \approx 10 \text{ m.s}^{-2}$
- Pour les questions portant sur une application numérique, une tolérance de $\pm 5\%$ est à prendre en compte dans le choix de la proposition exacte.
Exemple : une proposition est $X = 12 \text{ m}$. Cette proposition peut être cochée si vous obtenez une valeur pour X comprise entre 11,4 et 12,6 m.

Exercice 1 : un peu de cinématique

Question 13. Le temps de réaction humain est généralement supérieur à 100 ms, Si votre ami tient une règle entre vos doigts et la lâche sans avertissement, quelle distance minimale aura parcouru la règle avant que vous ne vous en rendiez compte et puissiez éventuellement l'attraper ? On supposera négligeable l'action de l'air sur la règle. Choisir la proposition exacte.

- A) Environ 2 cm
- B) Environ 3 cm
- C) Environ 5 cm
- D) Environ 10 cm
- E) Aucune des propositions ci-dessus n'est exacte

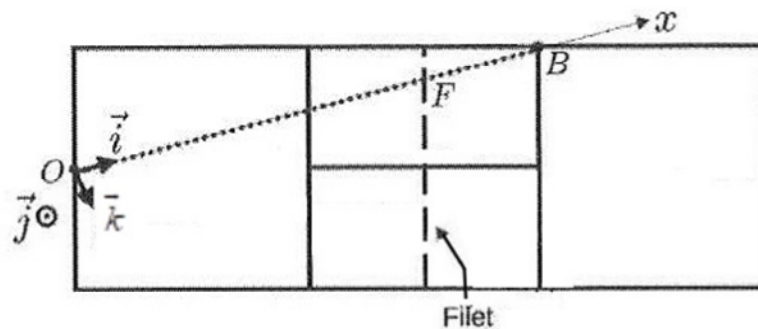
Question 14. Un deltaplane motorisé vole à altitude constante, avec un vecteur vitesse constant lorsque son pilote laisse tomber un paquet. En négligeant toute action de l'air sur le paquet, où se trouve paquet par rapport au deltaplane au moment où le paquet touche le sol ? Choisir la (ou les) proposition(s) exacte(s).

- A) Le paquet se trouve à la verticale du deltaplane
- B) Le paquet se trouve derrière à la verticale du deltaplane
- C) Le paquet se trouve devant à la verticale du deltaplane
- D) Il est impossible de répondre à la question sans connaître la hauteur du deltaplane
- E) Il est impossible de répondre à la question sans connaître la distance parcourue par le deltaplane

Exercice 2 : un service au tennis

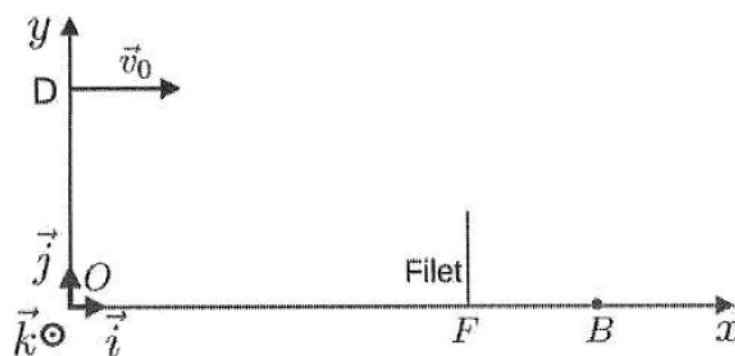
Un terrain de tennis est un rectangle de longueur 23,80 m et de largeur 8,23 m. Il est séparé en deux dans le sens de la largeur par un filet dont la hauteur est 0,92 m par rapport au sol. Lorsqu'un joueur effectue un service, il doit envoyer la balle dans une zone comprise entre le filet et une ligne située à 6,40 m du filet. On nommera cette zone autorisée : « zone de service ».

On étudie un service du joueur placé au centre de la ligne de service en O . Ce joueur souhaite que la balle frappe le sol, le plus près de la ligne localisée à 6,40 m du filet et sur le côté dans la zone autorisée, soit au point B dans un coin de la zone de service (voir figure ci-après).



Pour cela, il lance la balle verticalement et la frappe avec sa raquette en un point D situé à la verticale de O , à la hauteur $H = 2,20$ m. La balle part alors de D avec une vitesse $\vec{v}_0$ horizontale de norme v_0 . La balle peut être animée d'un mouvement de rotation sur elle-même.

L'étude du mouvement sera faite dans le référentiel terrestre, galiléen, dans lequel on choisit un repère $Oxyz$ avec $\vec{i}$, $\vec{j}$ et $\vec{k}$ les vecteurs unitaires comme l'indique le schéma ci-dessous.



Données numériques : La balle a un diamètre $d = 6,5$ cm et une masse $m = 58,0$ g. On prend une vitesse initiale $v_0 = 126$ km/h.

Partie I : Trajectoire sans action de l'air sur la balle

On considère dans un premier temps que l'action de l'air sur la balle est négligeable : absence de frottement et de tout autre effet.

Question 15. Avec les hypothèses précédentes de l'énoncé, à quelle force est soumise la balle pendant son mouvement dans l'air ? Choisir la proposition exacte.

- A) $F\vec{j}$ avec $F = 0,58 \text{ N}$
- B) $-F\vec{j}$ avec $F = 0,58 \text{ N}$
- C) $F\vec{i}$ avec $F = 0,58 \text{ N}$
- D) $-F\vec{i}$ avec $F = 0,58 \text{ N}$
- E) Aucune des propositions ci-dessus n'est exacte

Question 16. En désignant par $\vec{a}(t) = \begin{pmatrix} a_x(t) \\ a_y(t) \end{pmatrix}$, $\vec{v}(t) = \begin{pmatrix} v_x(t) \\ v_y(t) \end{pmatrix}$ et $\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}$, les composantes des vecteurs respectivement accélération, vitesse et position de la balle au cours du temps, dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$, les équations horaires du mouvement de la balle sont (choisir la proposition exacte) :

- A) $\vec{a}(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ -g \end{pmatrix}$; $\vec{v}(t) = \begin{pmatrix} v_0 \\ -gt \end{pmatrix}$; $\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} v_0 t \\ -\frac{1}{2}gt^2 + H \end{pmatrix}$
- B) $\vec{a}(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ -g \end{pmatrix}$; $\vec{v}(t) = \begin{pmatrix} v_0 \\ -gt + v_0 \end{pmatrix}$; $\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} v_0 t \\ -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t + H \end{pmatrix}$
- C) $\vec{a}(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ g \end{pmatrix}$; $\vec{v}(t) = \begin{pmatrix} v_0 \\ gt + v_0 \end{pmatrix}$; $\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} v_0 t \\ \frac{1}{2}gt^2 + v_0 t + H \end{pmatrix}$
- D) $\vec{a}(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ g \end{pmatrix}$; $\vec{v}(t) = \begin{pmatrix} v_0 \\ gt \end{pmatrix}$; $\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} v_0 t \\ \frac{1}{2}gt^2 + H \end{pmatrix}$
- E) $\vec{a}(t) = \begin{pmatrix} -g \\ 0 \end{pmatrix}$; $\vec{v}(t) = \begin{pmatrix} -gt \\ v_0 \end{pmatrix}$; $\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}gt^2 + H \\ v_0 t \end{pmatrix}$

Question 17. Pour quelle(s) raison(s) la trajectoire de la balle reste dans le plan Oxy ? Choisir la (ou les) proposition(s) pertinentes.

- A) La direction de $\vec{g}$ est une direction du plan Oxy
- B) La vitesse initiale est dans le plan Oxy
- C) Toutes les forces appliquées sur la balle sont contenues dans le plan Oxy
- D) On a fait l'hypothèse d'aucune action de l'air sur la balle
- E) Pour aucune des raisons listées précédemment

Question 18. Quelle est la fonction littérale $y(x)$ de la trajectoire de la balle dans le plan Oxy , c'est-à-dire la hauteur y de la balle en fonction de sa position x selon l'axe horizontal Ox ? Choisir la proposition exacte.

- A) $y(x) = \frac{g}{2} \left(\frac{x}{v_0} \right)^2 - H$
- B) $y(x) = -\frac{g}{2} \left(\frac{x}{v_0} \right)^2 + H$
- C) $y(x) = g \left(\frac{x}{v_0} \right)^2 + 2H$
- D) $y(x) = \frac{2}{g} \left(\frac{v_0}{x} \right)^2 + H$
- E) $y(x) = -\frac{2}{g} \left(\frac{v_0}{x} \right)^2 + H$

Question 19. En supposant que la balle puisse passer au-dessus du filet, quelle(s) serai(en)t l'expression/les expressions de la durée de son vol jusqu'à ce qu'elle touche le sol ? Choisir la (ou les) proposition(s) exacte(s).

- A) $\sqrt{\frac{2H}{g}}$
- B) $\frac{H}{v_0}$
- C) $\sqrt{\frac{v_0}{g}}$
- D) $\frac{x(y=0)}{v_0}$
- E) $\frac{H}{v_0}$

Question 20. En supposant que la balle puisse passer au-dessus du filet, à quelle distance du joueur (du point O) la balle toucherait-elle le sol ? Choisir la proposition exacte.

- A) 23,2 m
- B) 16,4 m
- C) 18,7 m
- D) 12,6 m
- E) Aucune des propositions ci-dessus n'est exacte

Question 21. On considère un autre service que le précédent, tel que la balle part du point D avec une vitesse $v'_0 = 30,2$ m/s et que la distance entre le joueur au service (point O) et le point de chute de la balle soit de 20 m. La trajectoire de la balle est dans le plan Oxy défini précédemment.

On rappelle qu'un service est réussi si la balle passe au-dessus du filet et touche le sol dans la zone de service définie ci-dessus. Que pouvez-vous conclure sur ce service dans les conditions de l'énoncé ? Choisir la (ou les) proposition(s) exactes.

- A) Le service est réussi
- B) Le service n'est pas réussi
- C) La balle est à une distance du sol égale à 1,38 m lorsqu'elle passe au-dessus du filet
- D) La balle sort de la zone de service
- E) La balle touche le sol avant le filet

Partie II : Action de l'air sur la balle

On rappelle que pour un corps en mouvement rapide dans l'air, la force de traînée qu'il subit est turbulente avec une norme T donnée par :

$$T = \frac{1}{2} \rho S C_x v^2$$

où $\rho = 1,22 \text{ kg/m}^3$ est la masse volumique de l'air, S la section efficace du corps face au flux d'air, $C_x = 0,47$ le coefficient de traînée et v la vitesse relative de l'air par rapport au corps en mouvement.

On considérera que la force de frottement de l'air sur la balle (force de traînée) est de nature turbulente et que l'on peut la négliger si sa norme est très inférieure à celles des autres forces en présence, à savoir au moins inférieure d'un facteur 100.

Question 22. Que pouvez-vous dire sur la norme de la force de frottement de l'air sur la balle par rapport à la norme du poids de la balle pour un service avec la vitesse v_0 donnée au début de l'énoncé ? Choisir la proposition exacte.

- A) La norme de la force de frottement de l'air sur la balle est du même ordre de grandeur que la norme de son poids, on ne peut pas la négliger
- B) La norme de la force de frottement de l'air sur la balle est très inférieure à la norme de son poids, on peut la négliger
- C) La norme de la force de frottement de l'air sur la balle est supérieure de plus d'un ordre de grandeur (plus de 10 fois) à la norme de son poids, on ne peut pas la négliger, son influence est majeure
- D) La norme de la force de frottement de l'air sur la balle est inférieure à la norme de son poids mais pas suffisamment pour la négliger
- E) Les données sont insuffisantes pour pouvoir conclure

Question 23. En réalité un bon joueur de tennis peut donner de l'effet à une balle en lui communiquant au moment de la frappe un mouvement de rotation. On suppose qu'au moment du lancer, la balle part avec une vitesse de translation horizontale de norme v_0 ainsi qu'un mouvement de rotation sur elle-même selon un vecteur vitesse de rotation $\vec{\omega} = \omega \vec{j}$ avec $\omega < 0$. Que pouvez-vous dire sur la trajectoire de la balle par rapport à son mouvement sans rotation ? Choisir la (ou les) proposition(s) exactes.

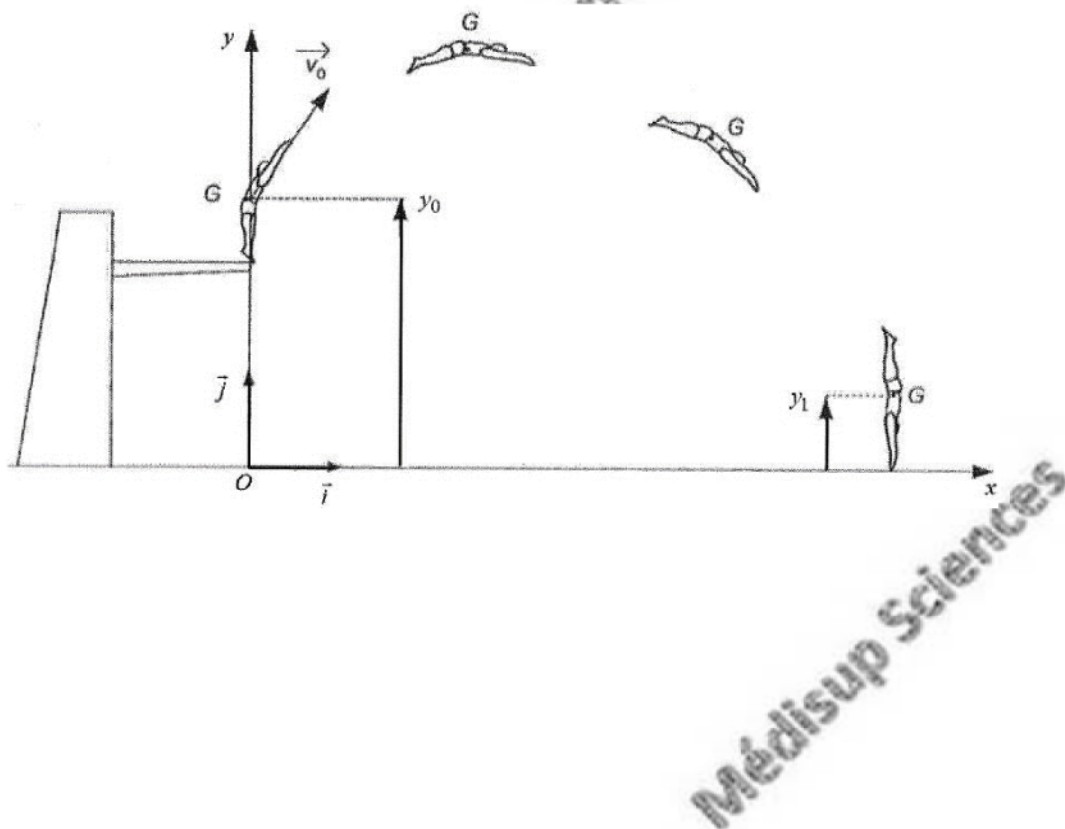
- A) La trajectoire est déviée vers le bas (vers $-\vec{j}$)
- B) La trajectoire est déviée vers le haut (vers $\vec{j}$)
- C) La trajectoire est déviée vers la gauche (vers $-\vec{k}$)
- D) La trajectoire est déviée vers la droite (vers $\vec{k}$)
- E) La trajectoire reste dans le plan Oxy

Exercice 3 : Mouvement d'un plongeur

Dans cet exercice on s'intéresse au mouvement d'un plongeur lors de sa chute dans l'air, puis dans l'eau. Le plongeur a une masse $m = 70$ kg et une masse volumique ρ inférieure à la masse volumique ρ_e de l'eau. Dans tout l'exercice, le mouvement du centre d'inertie G du plongeur est étudié dans le référentiel terrestre (supposé galiléen) et dans le repère d'axes (Ox, Oy) munis des vecteurs unitaires $(\vec{i}, \vec{j})$ représentés sur la figure ci-après. Le point O est au niveau de la surface de l'eau, la position verticale (altitude dans l'air ou profondeur dans l'eau) et le vecteur vitesse du centre d'inertie G du plongeur au cours du temps sont respectivement notés $y(t)$ et $\vec{v}(t)$.

On note (x_0, y_0) les coordonnées du centre d'inertie du plongeur juste avant le saut et $\vec{v}_0$ sa vitesse initiale. On donne $x_0 = 0$, $y_0 = 8,0$ m et $v_0 = 5,0$ m/s.

On néglige l'action de l'air sur le plongeur au cours de son mouvement et on admet que lors du saut, les mouvements de rotation du plongeur ne perturbent pas le mouvement de son centre d'inertie G .



Question 27. On fait l'hypothèse que le plongeur maintient sa position verticale et rigide (bras et jambes tendus) lorsqu'il est sous l'eau. Il est alors soumis son poids $\vec{P}$, à la poussée d'Archimède $\vec{F}_A = -\rho_e V \vec{g}$ où V est son volume et à la force de trainée $\vec{f} = -k v \vec{v}$ avec k une constante positive et v la norme du vecteur vitesse $\vec{v}$ du plongeur. Les équations différentielles ci-dessous décrivent le mouvement de son centre d'inertie lorsqu'il s'éloigne de la surface de l'eau. Quelle est (ou quelles sont) la (ou les) proposition(s) exacte(s) ?

A) $\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m} v^2 + g \left(\frac{\rho_e}{\rho} - 1 \right) = 0$

B) $\frac{dv}{dt} - \frac{k}{m} v^2 + g \left(\frac{\rho_e}{\rho} - 1 \right) = 0$

C) $\frac{dv}{dt} - \frac{k}{m} v^2 - g \left(\frac{\rho_e}{\rho} - 1 \right) = 0$

D) Lorsque le centre d'inertie du plongeur atteint la profondeur maximale, les forces auxquelles est soumis le plongeur se compensent ($\vec{P} + \vec{F}_A + \vec{f} = \vec{0}$).

E) Si le plongeur peut atteindre une vitesse limite lorsqu'il remonte vers la surface de l'eau,

celle-ci s'exprime : $v_\ell = \sqrt{\frac{mg}{k} \left(\frac{\rho_e}{\rho} - 1 \right)}$.