

UE4 – Physique

QCM supplémentaires
Séance n° 1
CORRIGÉ

Question 1

A VRAI : $J = N \cdot m = kg \cdot m \cdot s^{-2} \cdot m = kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}$

B VRAI : L'énergie totale de l'œuf vérifie $E_{tot} = E_{cin} + E_{pot} \Rightarrow \Delta E_{tot} = \Delta E_{cin} + \Delta E_{pot}$
Or $\Delta E_{pot} = -W(\vec{P})$ donc $\Delta E_{tot} = \Delta E_{cin} - W(\vec{P})$

C faux : D'après le théorème de l'énergie cinétique, c'est la variation de l'énergie **cinétique** qui est égale à la somme des travaux des forces extérieures appliquées sur l'œuf.

DE faux : Lors de sa chute, l'œuf est uniquement soumis à son poids qui est une force conservative. Ainsi, l'énergie totale de l'œuf est constante pendant sa chute : $\Delta E_{tot} = 0$

Question 2

A faux, B VRAI : Lors de sa chute, l'œuf est uniquement soumis à son poids. La 2^{de} loi de Newton s'écrit :

$$\vec{P} = m\vec{a} \Leftrightarrow m\vec{g} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{g} = \vec{a} \Leftrightarrow \mathbf{a} = \mathbf{g} = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

CE faux, D VRAI : La quantité de mouvement s'exprime :

$$p = m \times v$$

Or l'accélération de l'œuf est constante lors de la chute et vérifie :

$$a = \frac{dv}{dt} \Leftrightarrow dv = a \times dt \Leftrightarrow v = a \times t + v_i$$

Puisque l'œuf chute avec une vitesse initiale nulle : $v_i = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, on en déduit :

$$v = a \times t = g \times t \Rightarrow p = m \times g \times t$$

$$p = 52 \cdot 10^{-3} \times 9,81 \times 4 = \mathbf{2 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}}$$

Question 3

A VRAI : Lors d'une chute libre sans frottement et sans vitesse initiale, la vitesse d'impact au sol vérifie :

$$v = \sqrt{2gh} \Leftrightarrow v^2 = 2gh \Leftrightarrow \mathbf{h = \frac{v^2}{2g}}$$

Question 4

B VRAI : D'après la question précédent, l'énergie totale est conservée donc :

$$\Delta E_{pot} = -\Delta E_{cin} = -\frac{1}{2}mv^2$$

D'après la question 1, $v = g \times t$ donc

$$\Delta E_{pot} = -\frac{1}{2}m(gt)^2 = -0,5 \times 52 \cdot 10^{-3} \times (9,81 \times 4)^2 = \mathbf{-40 \text{ J}}$$

Question 5

Les forces que subissent le pilote et sa moto sont :

- Le poids $\vec{P}$: c'est un vecteur force vertical et orienté vers le bas : **D faux**
- La réaction normale du support $\vec{R}_N$: orientée perpendiculairement au sol et vers le haut : **CE faux**
- La force de frottements $\vec{f}$: dirigée selon le mouvement (donc parallèle à la rampe) et orientée dans le sens contraire au mouvement (vers la gauche sur le schéma)

De plus, on n'observe qu'aucune de ces 3 forces n'est orientée vers la droite sur le schéma. Or à vitesse constante, les forces devraient se compenser. Il existe donc forcément une quatrième force $\vec{F}$ pour expliquer le mouvement (c'est une force de traction liée au moteur de la moto) : **A VRAI, B faux**

Question 6

AB faux : La quantité de mouvement vérifie $p = mv$ or la vitesse v est **constante** donc la **quantité de mouvement** aussi.

C faux : Le moteur de la moto favorise le mouvement, il est donc à l'origine d'un travail **moteur**.

D VRAI : La réaction de la rampe a deux actions :

- celle qui est perpendiculaire au mouvement qui ne travaille pas
- les frottements colinéaires au déplacement qui ont un travail (résistif car en sens opposé au mouvement).

E VRAI : L'énergie potentielle de pesanteur $E_{pot} = mgz$ augmente puisque l'altitude z de la moto augmente.

Question 7

A faux, B VRAI : L'énergie totale E_T du système correspond à la somme de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle de pesanteur :

$$E_T = E_{cin} + E_{pot} \Rightarrow \Delta E_T = \Delta E_{cin} + \Delta E_{pot}$$

L'énergie cinétique $E_{cin} = \frac{1}{2}mv^2$ est constante pendant la montée puisque la vitesse v est constante, donc $\Delta E_{cin} = 0$.

D'après la question précédente, l'énergie potentielle de pesanteur augmente.

On en déduit que l'énergie totale augmente et donc $\Delta E_T > 0$

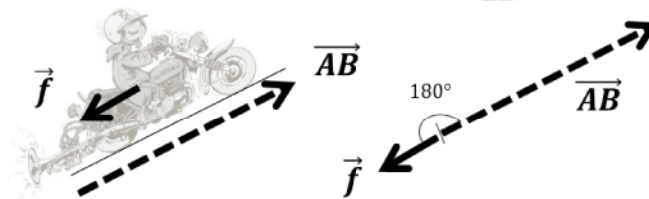
C VRAI, DE faux : $|\Delta E_T| = |E_{pot\ final} - E_{pot\ initial}| = |mgz_{final} - mgz_{initial}|$

En prenant comme niveau de référence $z_{initial} = 0$ (début de la rampe) et avec $\sin \alpha = \frac{z_{final}}{L}$:

$$|\Delta E_T| = |mg L \sin \alpha| = \left| 250 \times 9,81 \times 10 \times \sin \frac{\pi}{6} \right| \approx 12,3 \cdot 10^3 \text{ J} = \mathbf{12,3 \text{ kJ}}$$

Question 8

A VRAI, B faux : Le travail des forces de frottements vérifie :



$$W_f = \vec{f} \cdot \vec{AB} = \|\vec{f}\| \times \|\vec{AB}\| \times \cos 180^\circ = \mu mg \cos \alpha \times L \times (-1)$$

$$W_f = -\mu mg \cos \alpha \times L < 0$$

car $\cos \alpha = \cos \frac{\pi}{6} > 0$

CE faux, D VRAI :

$$|W_f| = |-\mu mg \cos \alpha \times L| = |-0,52 \times 250 \times 9,81 \times \cos \frac{\pi}{6} \times 10| = 11 \cdot 10^3 \text{ J} = \mathbf{11 \text{ kJ}}$$

Question 9

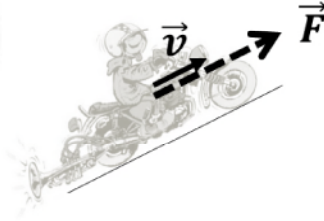
A faux : Watt = $\text{J s}^{-1} = \text{N m s}^{-1} = \text{kg m s}^{-2} \text{ m s}^{-1} = \mathbf{\text{kg m}^2 \text{ s}^{-3}}$

B faux, C VRAI : Du point de vue du moteur, la puissance est perdue (il fournit de l'énergie à la moto) donc la puissance P_m est comptée **négativement**.

D VRAI, E faux : La puissance du moteur reçue par le système (moto) s'exprime :

$$P_m = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

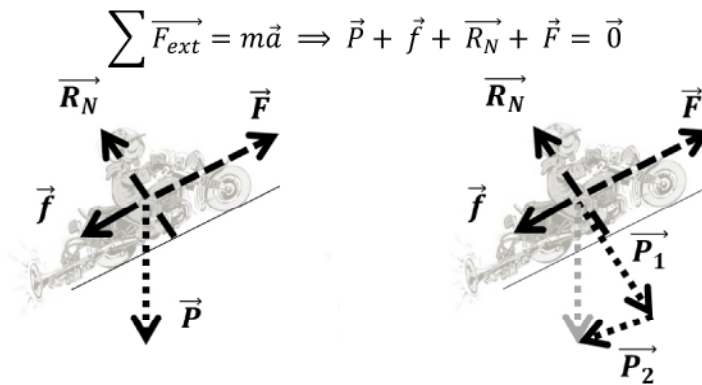
Le vecteur vitesse est tangent à la trajectoire qui est rectiligne, il est donc parallèle au mouvement dans le sens du mouvement. On en déduit que le vecteur vitesse et le vecteur force de traction sont colinéaires :



On en déduit que :

$$P_m = F \times v \times \cos 0 = F \times v$$

On a déterminé précédemment que l'accélération est nulle et que les forces se compensent :



On décompose le poids en deux vecteurs : $\vec{P} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2$.

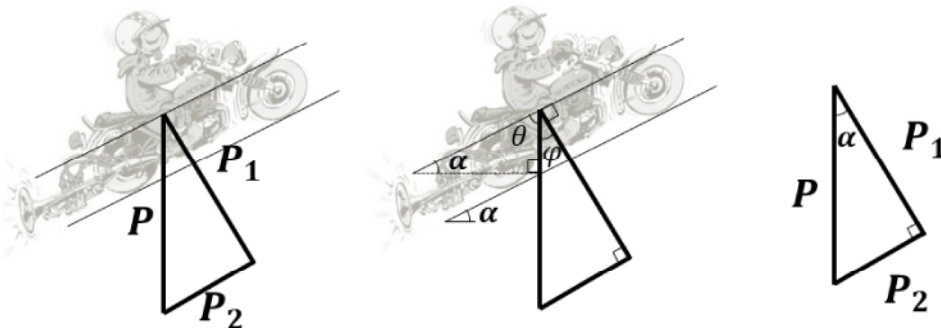
Le vecteur $\vec{P}_1$ possède la même direction que $\vec{R}_N$, tandis que $\vec{P}_2$ a la même direction que $\vec{f}$ et $\vec{F}$.

Puisque la somme des vecteurs force doit être nulle, on en déduit que :

$$\vec{P}_1 + \vec{R}_N = \vec{0} \quad \text{et} \quad \vec{P}_2 + \vec{f} + \vec{F} = \vec{0}$$

On s'intéresse à la deuxième équation pour trouver l'expression de la norme de $\vec{F}$:

$$F = P_2 + f = P_2 + \mu mg \cos \alpha$$



La rampe fait un angle α avec l'horizontale, en traçant une droite parallèle à la rampe on retrouve donc cet angle α dans un triangle rectangle et on en déduit que $\theta = (\pi/2) - \alpha$ car la somme des trois angles d'un triangle vaut π .

Finalement on en déduit que l'angle $\varphi = \alpha$.

L'expression de P_2 est alors obtenue par trigonométrie :

$$P_2 = p \times \sin \alpha = mg \times \sin \alpha$$

Finalement :

$$F = P_2 + f = mg \sin \alpha + \mu mg \cos \alpha = mg(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$$

Et :

$$P_m = F \times v = mg(\sin \alpha + \mu \cos \alpha) \times v$$

Question 10

A faux : D'après la question précédente, la puissance P_m est proportionnelle à la vitesse. La puissance fournie par le moteur est donc **plus grande** lors d'un passage à plus grande vitesse.

B VRAI : D'après la question 8, le travail des forces de frottements est : $W_f = -\mu mg \cos \alpha \times L$
Il ne dépend pas de la vitesse v , il est donc identique pour les deux sauts.

C faux : La variation d'énergie potentielle s'exprime :

$$\Delta E_{pot} = mg(z_{final} - z_{initial})$$

Elle ne dépend pas de la vitesse, elle est donc **identique pour les deux sauts**.

D faux : L'énergie cinétique s'exprime :

$$E_{cin} = \frac{1}{2}mv^2$$

Puisque la vitesse v augmente, l'énergie cinétique **augmente**.

E VRAI : Puisque la vitesse v augmente mais que la rampe est la même (même longueur L parcourue), la durée passée sur la rampe diminue.

Question 11

A VRAI, BC faux : La force d'attraction exercée par la Terre sur la Lune correspond à l'interaction gravitationnelle :

$$F_{T \rightarrow L} = G \frac{m_T m_L}{r^2} = \frac{6,7 \cdot 10^{-11} \times 6 \cdot 10^{24} \times 7 \cdot 10^{22}}{(3,8 \cdot 10^8)^2} \approx 1,9 \cdot 10^{20} \text{ N}$$

D faux : La force exercée par la Terre sur la Lune a la **même intensité** que celle exercée par la Lune sur la Terre, ces deux forces ont mêmes norme et intensité mais des sens opposés.

E faux : L'origine de l'attraction entre la Terre et la Lune est **l'interaction gravitationnelle**.

Question 12

A faux, B VRAI : la vitesse v s'exprime :

$$v = \frac{d}{t}$$

avec t la durée d'une rotation et d la distance parcourue par la Lune lors d'une rotation.

d vaut le périmètre du cercle de rayon R (= rayon orbital de la lune = D_{TL}) : $d = 2\pi R = 2\pi D_{TL}$.

Finalement :

$$v = \frac{2\pi D_{TL}}{t} = \frac{2 \times \pi \times 3,8 \cdot 10^8}{28 \times 24 \times 3600} \approx 987 \text{ m.s}^{-1}$$

C VRAI, DE faux : Le **vecteur vitesse** est toujours **tangent à la trajectoire**.

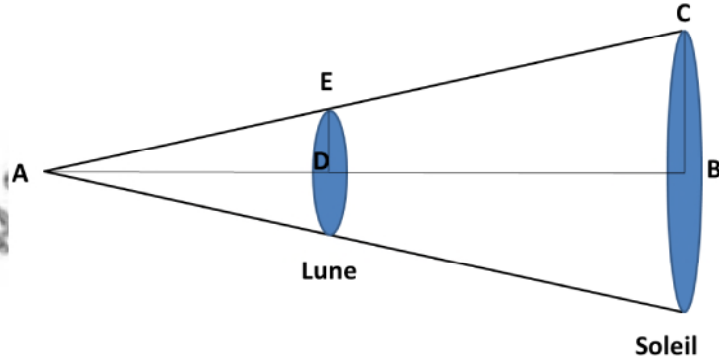
Le vecteur accélération est colinéaire au vecteur force de la force gravitationnelle car la lune est uniquement soumise à cette force $\vec{F}$ et d'après la seconde loi de Newton :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

Or le vecteur force gravitationnelle est orienté vers la Terre, on en déduit que le **vecteur accélération est orienté vers la Terre**, situé au centre de la trajectoire.

Question 13

B VRAI : Puisque le Soleil et la Lune ont le même diamètre apparent, on peut appliquer le théorème de Thalès :



$$\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} \quad \text{soit} \quad DE = \frac{AD \times BC}{AB}$$

Avec :

- $AD = D_{TL}$ = distance Terre - Lune = rayon orbital de la Lune = 380 000 km
- $AB = D_{TS}$ = distance Terre - Soleil = $150 \cdot 10^6$ km
- $BC = R_S$ = rayon du Soleil = $d_S/2 = 1,4 \cdot 10^6 / 2 = 0,7 \cdot 10^6$ km
- $DE = R_L$ = rayon de la Lune

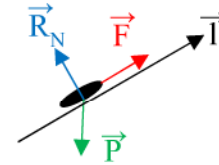
Donc :

$$R_L = R_S \times \frac{D_{TL}}{D_{TS}} = 0,7 \cdot 10^6 \times \frac{380 \cdot 10^3}{150 \cdot 10^6} \approx 1,8 \cdot 10^3 \text{ km}$$

Question 14

C VRAI : Les forces qui s'exercent sur le plateau dans le lanceur sont :

- Son poids $\vec{P}$
- La force de propulsion $\vec{F}$
- La réaction normale du support $\vec{R}_N$



La vitesse du plateau dans le lanceur n'est pas constante.

La réaction du support ne travaille pas, le poids est une force conservative.

On utilise le théorème de l'énergie cinétique entre l'instant où la vitesse est nulle et celui où elle atteint v_0 , le plateau ayant parcouru la distance l dans le lanceur :

$$\frac{1}{2}mv_0^2 - 0 = W(\vec{P}) + W(\vec{F})$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = m\vec{g} \cdot \vec{l} + \vec{F} \cdot \vec{l}$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = mgl \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) + Fl = -mgl \sin \alpha + Fl$$

$$F = mgl \sin \alpha + \frac{mv_0^2}{2l} = m \left(\frac{v_0^2}{2l} + g \sin \alpha \right)$$

Question 15

A VRAI, B faux : Par définition de la puissance : $\Pi = \frac{W(\vec{F})}{\Delta t} = \frac{Fl}{\Delta t} = \frac{m}{\Delta t} \left(\frac{v_0^2}{2} + gl \sin \alpha \right)$

CD faux, E VRAI : $\Pi = \frac{100 \cdot 10^{-3}}{0,2} \left(\frac{30^2}{2} + 9,81 \times 50 \cdot 10^{-2} \times \sin 30^\circ \right) \approx 226 \text{ W}$

Question 16

A faux, B VRAI : Lorsque le plateau est sorti du lanceur, il n'est plus soumis qu'à son poids, vertical vers le bas.

D'après la seconde loi de Newton, $m\vec{a} = m\vec{g} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$

Donc la composante horizontale de l'accélération $\frac{d^2x}{dt^2} = 0$, et la composante verticale $\frac{d^2z}{dt^2} = -g$ est constante, orientée vers le bas.

C VRAI, D faux : Puisque la composante horizontale de l'accélération est nulle, la composante horizontale de la vitesse $\frac{dx}{dt}$ est **constante**.

E faux : Puisque la vitesse n'est pas constante pendant tout le mouvement, la quantité de mouvement $p = mv$ **n'est pas** constante.

Question 17

AD VRAI, BCE faux : D'après la question précédente : $\frac{d^2x}{dt^2} = 0$ et $\frac{d^2z}{dt^2} = -g$

Pour obtenir l'expression de la vitesse, on intègre par rapport au temps :

$$\frac{dx}{dt} = cte \text{ et } \frac{dz}{dt} = -gt + cte$$

$$\text{À } t = 0 : \frac{dx}{dt} = v_{0x} = v_0 \cos \alpha \text{ et } \frac{dz}{dt} = v_{0z} = v_0 \sin \alpha$$

$$\frac{dx}{dt} = v_0 \cos \alpha \text{ et } \frac{dz}{dt} = -gt + v_0 \sin \alpha$$

Question 18

ADE faux, BC VRAI : On repart des expressions de la vitesse trouvées à la question précédente :

$$\frac{dx}{dt} = v_0 \cos \alpha \text{ et } \frac{dz}{dt} = -gt + v_0 \sin \alpha$$

Qu'on intègre par rapport au temps :

$$x = v_0 t \cos \alpha + \underbrace{x_0}_{=0} \text{ et } z = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t \sin \alpha + z_0$$

Question 19

D VRAI : L'énergie dépensée pour la contraction du ressort est égale à la variation d'énergie potentielle élastique :

$$E = \Delta E_{el} = \frac{1}{2}k\Delta x^2$$

Où Δx représente l'allongement du ressort :

$$\Delta x^2 = (L - L_0)^2 = (L_0 - L)^2$$

Finalement :

$$E = \frac{1}{2}k(L_0 - L)^2 = \frac{1}{2} \times 140 \times (0,4 - 0,37)^2 = 0,063 \text{ J} = \mathbf{63 \text{ mJ}}$$

Question 20

D VRAI : D'après la question précédente, l'énergie dépensée lors d'une contraction vaut :

$$E = 0,063 \text{ J}$$

Avec 1 cal = 4,19 J, on en déduit :

$$E = \frac{0,063}{4,19} \approx 0,015 \text{ cal}$$

Pour éliminer 33 kcal il faut faire :

$$N = \frac{33 \cdot 10^3}{E} \approx \frac{33 \cdot 10^3}{0,015} = \mathbf{2,2 \cdot 10^6 \text{ contractions}}$$

Question 21

AC faux, B VRAI : La charge q de masse négligeable est uniquement soumise à la force électrostatique $\vec{F}$ dans le linac telle que :

$$\vec{F} = q \vec{E}$$

Avec $\vec{E}$ le champ électrique dans un condensateur plan, orienté de la plaque $+\sigma$ vers la plaque $-\sigma$ et de norme constante $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$

Le travail de la force électrostatique sur le déplacement s'exprime :

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{l} = \frac{q\sigma}{\epsilon_0} \times d \times \cos(0) = \frac{qd\sigma}{\epsilon_0}$$

la force $\vec{F}$ étant colinéaire au déplacement de la charge q .

D VRAI, E faux : $W = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \times 2 \cdot 10^{-2} \times 9,5 \cdot 10^{-7}}{9 \cdot 10^{-12}} \approx 3,4 \cdot 10^{-16} \text{ J}$

Question 22

A faux, B VRAI : La force électrostatique est colinéaire au déplacement de la particule, sa trajectoire est donc **rectiligne** et le mouvement est **accélééré** puisque la vitesse augmente.

CD faux, E VRAI : Le proton est uniquement soumis à la force électrostatique (le poids est négligé) qui est conservative, on applique la conservation de l'énergie totale :

$$E_{tot} = E_c + E_{pot} = cte \Leftrightarrow \Delta E_{tot} = \Delta E_c + \Delta E_{pot} = 0$$

$$\Delta E_c = -\Delta E_{pot} = W \Leftrightarrow \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = W$$

$$v^2 = \frac{2}{m} \times W + v_0^2 \Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{2}{m} \times W + v_0^2}$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{2}{1,6 \cdot 10^{-27}} \times 3,4 \cdot 10^{-16} + 520^2} \approx 6,5 \cdot 10^5 \text{ m.s}^{-1}$$

Question 23

AC faux, B VRAI : L'énergie potentielle du proton de charge q vérifie :

$$E_p = \frac{q \times 3q}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{3q^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

D VRAI, E faux : Les deux particules portent des charges de même signe : elles **se repoussent**.

Question 24

AC faux, B VRAI : Sorti du linac, le proton de charge $+q$ n'est soumis qu'à la force électrostatique créée par la charge $+3q$ qui est conservative.

On applique la conservation de l'énergie totale au proton :

$$E_T = E_c + E_{pot} = cte \Leftrightarrow E_{c,i} + E_{pot,i} = E_{c,f} + E_{pot,f}$$

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{3q^2}{4\pi\epsilon_0 r_i} = 0 + \frac{3q^2}{4\pi\epsilon_0 r_m} \Leftrightarrow \frac{1}{2}mv^2 \times \left(\frac{4\pi\epsilon_0}{3q^2}\right) + \frac{1}{r_i} = \frac{1}{r_m}$$

$$r_m = \frac{1}{mv^2 \times \left(\frac{2\pi\epsilon_0}{3q^2}\right) + \frac{1}{r_i}}$$

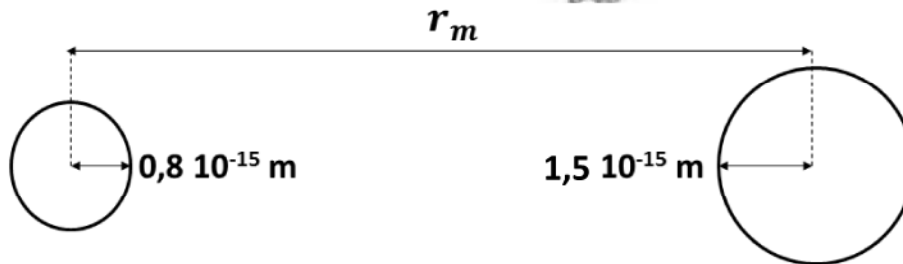
D VRAI, E faux :

$$r_m = \frac{1}{1,6 \cdot 10^{-27} \times (6,5 \cdot 10^5)^2 \times \left(\frac{2 \times \pi \times 9 \cdot 10^{-12}}{3 \times [1,6 \cdot 10^{-19}]^2}\right) + \frac{1}{1,5 \cdot 10^{-2}}}$$

$$r_m \approx 2 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

La distance entre les centres des particules est plus grande que la somme de leurs rayons :

$r_m > r_p + r_c = 2,3 \cdot 10^{-15} \text{ m}$, on en déduit que les particules **n'entrent pas en collision**.



Question 25

C VRAI : En utilisant le rappel pour champ créé par les charges :

- du point A_1 en O : $\vec{E}_{A_1}(O) = K \frac{q}{A_1O^3} \overrightarrow{A_1O}$
- du point A_2 en O : $\vec{E}_{A_2}(O) = K \frac{q}{A_2O^3} \overrightarrow{A_2O}$
- du point A_3 en O : $\vec{E}_{A_3}(O) = K \frac{q}{A_3O^3} \overrightarrow{A_3O}$

avec $A_1O = A_2O = A_3O = a$

$$\Rightarrow \vec{E}_0 = \vec{E}(O) = \vec{E}_{A_1}(O) + \vec{E}_{A_2}(O) + \vec{E}_{A_3}(O) = \frac{Kq}{a^3} (\overrightarrow{A_1O} + \overrightarrow{A_2O} + \overrightarrow{A_3O}) = \vec{0}$$

d'après la propriété donnée du barycentre.

Question 26

C VRAI : En utilisant le rappel pour le potentiel :

Il y a 3 sources donc par additivité :

$$V_0 = K \frac{q}{OA_1} + K \frac{q}{OA_2} + K \frac{q}{OA_3} = \frac{3Kq}{a}$$

Question 27

B VRAI : $E_{pot,A_1}(z) = K \frac{qq'}{A_1M}$

D'après *Pythagore* : $A_1M^2 = A_1O^2 + OM^2 = a^2 + z^2$

$$\Rightarrow E_{pot,A_1}(z) = K \frac{qq'}{\sqrt{a^2 + z^2}}$$

De même pour les points A_2 et A_3 puis par additivité :

$$E_{pot}(z) = 3K \frac{qq'}{\sqrt{a^2 + z^2}}$$

Question 28

D VRAI : $dE_{pot} = -\vec{F}(z) \cdot d\vec{l} \Rightarrow \vec{F}(z) = -\frac{dE_{pot}}{dz} \vec{u}_z$

D'après la question précédente :

$$\begin{aligned} E_{pot}(z) &= 3K \frac{qq'}{\sqrt{a^2 + z^2}} \\ \vec{F}(z) &= -\frac{d\left(3K \frac{qq'}{\sqrt{a^2 + z^2}}\right)}{dz} \vec{u}_z = -3Kqq' \frac{d[(a^2 + z^2)^{-1/2}]}{dz} \vec{u}_z \\ \vec{F}(z) &= -3Kqq' \left(2z \times \frac{-1}{2} (a^2 + z^2)^{-3/2}\right) \vec{u}_z = 3Kqq' \frac{z}{(a^2 + z^2)^{3/2}} \vec{u}_z \end{aligned}$$

Question 29

D'après ce qui précède : $E_{pot}(z) = 3K \frac{qq'}{\sqrt{a^2+z^2}}$

Or $E_{pot}(z) = qV(z) \Rightarrow V(z) = 3K \frac{q}{\sqrt{a^2+z^2}}$ qui est fonction paire : **C faux**

$$\vec{E}(z) = \frac{\vec{F}(z)}{q'} = 3Kq \frac{z}{(a^2+z^2)^{3/2}} \vec{u}_z \Rightarrow E(z) = 3Kq \frac{z}{(a^2+z^2)^{3/2}}$$

Qui est une fonction impaire : **D faux**

Qui a le même signe que z puisque $q > 0$: **A faux**

B est possible $\Rightarrow$ **B VRAI**

Question 30

A faux : Puisqu'il s'agit d'un anion, il va être attiré par l'espèce triangulaire chargée qui est un cation ($3q > 0$).

BCE faux, D VRAI : Par conservation de l'énergie mécanique puisqu'il n'y a aucun frottement :

$$E_m = E_c + E_{pot} = cst \text{ avec } E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

et d'après ce qui précède : $E_{pot}(z) = 3K \frac{qq'}{\sqrt{a^2+z^2}}$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 + 3K \frac{qq'}{\sqrt{a^2+z^2}} = 0 + 3K \frac{qq'}{\sqrt{a^2+(a\sqrt{3})^2}}$$

D'après ce qui précède : $V = \frac{E_{pot}}{q'} = K \frac{q}{\sqrt{a^2+z^2}}$ est maximum en $z = 0$

Donc $E_{pot}(z) = 3K \frac{qq'}{\sqrt{a^2+z^2}}$ est minimum en $z = 0$ puisque $q' < 0$

Et d'après la conservation de $E_m : \frac{1}{2}mv^2$ et la vitesse sont maximales.

On en déduit qu'il y aura des oscillations entre A_4 et son symétrique par rapport à O.

Déterminons la vitesse maximale en $z = 0$:

$$\frac{1}{2}mv_{max}^2 = 0 + 3K \frac{qq'}{\sqrt{a^2+(a\sqrt{3})^2}} - 3K \frac{qq'}{\sqrt{a^2+0^2}}$$

$$\frac{1}{2}mv_{max}^2 = 3Kqq' \left[\frac{1}{\sqrt{4a^2}} - \frac{1}{\sqrt{a^2}} \right] \Rightarrow v_{max}^2 = \frac{6Kqq'}{m} \left(\frac{1}{2a} - \frac{1}{a} \right) = \frac{6Kqq'}{m} \left(\frac{-1}{2a} \right)$$

On remarquera que ceci est possible car $q' < 0 \Rightarrow \frac{6Kqq'}{m} \left(\frac{-1}{2a} \right) > 0$

$$\text{Soit } v_{max}^2 = \frac{-3Kqq'}{ma} \Rightarrow v_{max} = \sqrt{\frac{-3Kqq'}{ma}}$$