

L2

Année 2022-2023

Second Semestre

Session 2^{nde} chance

UFR des Sciences Fondamentales et
Biomédicales

Faculté de Pharmacie de Paris

UE SA04U060

Corrigé de l'épreuve de Physique 4

Durée totale de l'épreuve : 1h30

- Le sujet comporte 12 pages (page de garde incluse).
- La réponse à chaque question devra être rédigée sur ce cahier-réponses, dans le cadre prévu à cet effet. Si nécessaire, la copie de couverture pourra être utilisée comme complément de réponse, à condition de bien préciser le numéro de l'exercice et de la question et d'indiquer le report au niveau de la case correspondante.
- **On prendra soin de faire apparaître les étapes intermédiaires principales des calculs et de justifier les simplifications et les réponses données.**
- **Les calculatrices sont autorisées.**

Les 4 exercices sont entièrement indépendants.

NB : Tout signe distinctif porté sur la copie pouvant indiquer sa provenance constitue une fraude.

Exercice 1 : la plongée sous-marine en fosse

Pour finaliser sa formation de niveau 1, un plongeur descend progressivement au fond de la fosse de plongée située à La Teste-De-Buch. La profondeur est le principal critère qui distingue une fosse de plongée d'une simple piscine. Cette fosse est composée d'une colonne d'eau de 20 mètres hors-sol et de 6 m de diamètre. Cette fosse permet aux plongeurs de s'entraîner dans une eau à 28 °C tout au long de l'année, et ce quelle que soit la météo.

Données :

- pression atmosphérique : $P_0 = 1,013 \text{ bar}$;
- masse volumique de l'eau : $\rho = 1,00 \text{ kg.L}^{-1}$;
- valeur de l'accélération de la pesanteur : $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$.

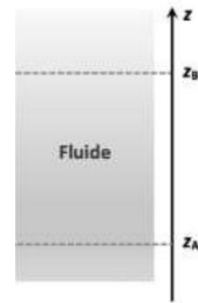


<http://lepyla.com>

La plongée sous-marine

1. Pression à une profondeur donnée

On s'intéresse dans cette partie à la loi fondamentale de la statique des fluides pour modéliser l'évolution de la pression $P(z)$ en fonction de l'altitude z (repérée sur un axe vertical ascendant Oz).



1.1. On considère l'eau de la fosse comme un fluide au repos, incompressible de masse volumique ρ . A partir de la loi fondamentale de la statique des fluides, déterminer l'équation vérifiée par la pression $P(z)$ en fonction de la côte z dans l'eau, en choisissant $P(z = 0) = P_0$. En déduire qualitativement comment la pression dans l'eau évolue lors de la descente du plongeur dans la fosse.

* Loi fondamentale de la statique des fluides dans le champ de pesanteur terrestre : $\vec{\text{grad}} P = \rho \vec{g}$.

* Le champ de pesanteur ne présentant de composante non nulle que sur l'axe vertical (Oz), le champ de pression P dans l'eau ($z < 0$) ne dépend que de l'altitude z : $P = P(z)$.

* En projection sur l'axe (Oz) vertical ascendant : $\frac{dP}{dz} = -\rho g$.

Par intégration, avec la condition $P(z = 0) = P_0$, on obtient : $P(z) = -\rho g z + P_0$ avec $z < 0$ et ρ cst.

Ainsi, la pression dans l'eau augmente lors de la descente du plongeur dans la fosse (z diminue).

1.2. Déterminer la valeur de la pression à 20,0 mètres de profondeur. Comparer à la pression atmosphérique P_0 .

Avec la loi obtenue à la question précédente, on calcule :

$$P(z = -20\text{m}) = -1,00.10^3 \times 9,81 \times (-20) + 1,013.10^5 = 2,97.10^5 \text{ Pa} = 2,93P_0 \approx 3P_0.$$

2. Autonomie d'un plongeur

Lors de la plongée en bouteille le détendeur permet au plongeur de respirer de l'air à la même pression que la pression à la profondeur où il se trouve. Mais toute plongée en bouteille s'effectue avec une quantité limitée d'air. Il est donc indispensable de savoir contrôler la consommation de cette quantité d'air au cours de la plongée afin de pouvoir effectuer une remontée et d'éventuels paliers. Cela passe par l'évaluation de son autonomie en air en fonction de la profondeur. Il existe différentes méthodes de calcul de l'autonomie, la plus simple consiste à calculer le volume d'air disponible à la profondeur donnée et de tenir compte du volume d'air consommé par minute.

D'après www.cdp-plongee.com

2.1. On note V_1 le volume d'air dans la bouteille de plongée mise sous pression à la pression P_1 et V_{dispo} le volume d'air effectivement disponible pour le plongeur lorsque tout l'air contenu dans la bouteille est détendu à la pression P_2 . Les températures sont supposées identiques dans les deux situations.

a) En utilisant la loi des gaz parfaits, déterminer V_{dispo} en fonction de V_1 , P_1 et P_2 .

* L'air enfermé dans la bouteille (nombre de moles n , température T) à la pression P_1 vérifie la loi des gaz parfaits : $P_1 V_1 = nRT$.

* Lorsque tout l'air est détendu à la pression P_2 , il occupe un volume V_2 tel que : $P_2 V_2 = nRT$.

On en déduit : $P_2 V_2 = P_1 V_1 \Rightarrow V_2 = \frac{P_1}{P_2} V_1$.

* Le volume effectivement disponible correspond à $V_{\text{dispo}} = V_2 - V_1$ car la bouteille ne peut être totalement vide d'air, d'où :

$$V_{\text{dispo}} = V_2 - V_1 = \frac{P_1}{P_2} V_1 - V_1 = \left(\frac{P_1}{P_2} - 1 \right) V_1.$$

b) En supposant que la consommation en volume d'air du plongeur reste toujours la même au cours de la plongée, expliquer sans calcul comment l'autonomie en air du plongeur évolue avec la profondeur.

Quand la profondeur augmente, la pression P_2 à laquelle l'air doit être détendu augmente, donc V_{dispo} diminue ainsi que l'autonomie en air du plongeur.

2.3. En réalité, le plongeur doit remonter avant de passer sur la réserve, ce qui correspond à une pression seuil de 50 bars dans sa bouteille, qui est supérieure à la valeur de la pression à 20 m de profondeur. Il dispose d'une bouteille de plongée d'une capacité de 12 litres mise sous pression à la pression initiale de 200 bars. Calculer la durée durant laquelle le plongeur peut rester dans la fosse à 20 m de profondeur sachant qu'il consomme 15 litres d'air par minute. On considérera que le temps de descente du plongeur à 20 m de profondeur est négligeable.

* Au départ, la bouteille contient n_1 moles d'air à la pression $P_1 = 200$ bars, enfermées dans le volume $V_1 = 12$ L. On a la relation : $P_1 V_1 = n_1 RT$.

* Quand le plongeur passe sur la réserve, la pression dans la bouteille est $P_s = 50$ bars. Il ne reste que n_s moles d'air dans le volume de la bouteille $V_1 = 12$ L. On a la relation : $P_s V_1 = n_s RT$.

* Le plongeur a consommé $n_1 - n_s$ moles d'air, distribuées à la pression $P_2 = 2,97$ bars (cf q. 1.2), qui correspondent à un volume V'_2 tel que : $P_2 V'_2 = (n_1 - n_s)RT = \underbrace{n_1 RT}_{P_1 V_1} - \underbrace{n_s RT}_{P_s V_s} = (P_1 - P_s) V_1$.

Il a donc reçu un volume d'air : $V'_2 = \frac{P_1 - P_s}{P_2} V_1 = \frac{200 - 50}{2,97} \cdot 12 \text{ L} = \underline{606 \text{ L}}$.

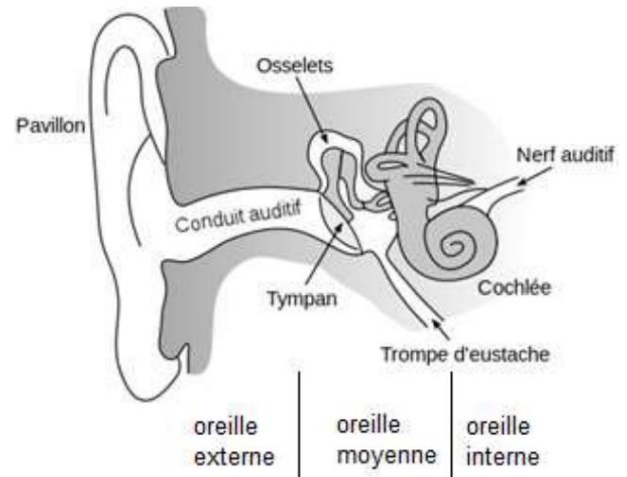
* Il consomme 15 litres d'air par minute, donc il peut rester à la profondeur de 20m un temps :

$$T = \frac{V'_2}{15 \text{ L/min}} = \frac{606}{15} \text{ min} = \underline{40,4 \text{ min}} = \underline{40 \text{ min } 24 \text{ s}}.$$

3. La manœuvre de Valsalva

En plongée, la différence de pression de part et d'autre du tympan peut provoquer une vive douleur. La manœuvre de Valsalva consiste à souffler par le nez, bouche fermée et nez pincé afin de faire pénétrer de l'air dans l'oreille moyenne. L'air extérieur passe par la trompe d'Eustache.

<https://fr.wikibooks.org>



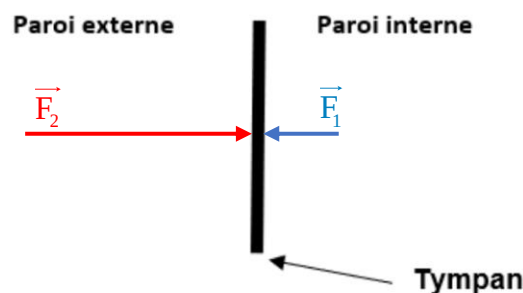
3.1. Calculer la valeur de la norme de la force pressante F_1 exercée par l'air emprisonné dans l'oreille moyenne à la pression de 1,013 bar sur la paroi interne du tympan dont la surface est de 70 mm^2 .

$$F_1 = P_1 S = 1,013 \cdot 10^5 \cdot 70 \cdot 10^{-6} = \underline{7,1 \text{ N}}.$$

3.2. Calculer la valeur de la norme de la force pressante F_2 exercée par l'eau sur la paroi externe du tympan pour un plongeur situé à 20 m de profondeur.

$$F_2 = P_2 S = 2,97 \cdot 10^5 \cdot 70 \cdot 10^{-6} = \underline{20,8 \text{ N}}.$$

3.3. Représenter ces forces à l'échelle de 1 cm pour 7 N, sur le schéma suivant. En déduire pourquoi le plongeur ressent une vive douleur lors de la descente.



La résultante des forces s'exerçant sur le tympan n'est pas nulle. Elle vaut en norme :

$$F = F_2 - F_1 = 13,7 \text{ N.}$$

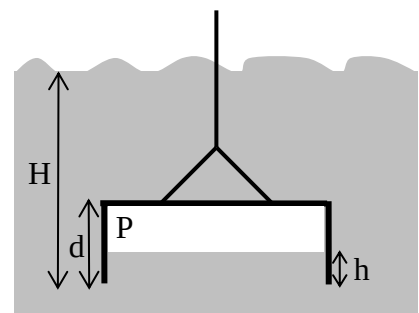
La différence de pression de part et d'autre du tympan est de 1,97 bar, d'où la vive douleur ressentie lors de la descente si la manœuvre de Valsalva n'est pas effectuée.

3.4. Expliquer pourquoi la manœuvre de Valsalva permet de compenser la pression de l'eau introduite dans le conduit auditif.

En soufflant par le nez de l'air délivré par le détendeur à la pression P_2 , qui correspond à la pression dans l'eau à la profondeur où il se trouve, il n'y aura plus de différence de pression de part et d'autre du tympan et la force résultante exercée sur le tympan du plongeur sera nulle.

4. Cloche à plongée

Une cloche de plongée est constituée d'une cuve de hauteur d . Lorsqu'elle pénètre dans l'eau, un volume d'air (considéré comme un gaz parfait, initialement à la pression atmosphérique P_0) est emprisonné. Lorsque la cloche est à une profondeur H , l'air emprisonné est à la pression P et l'eau est alors montée d'une hauteur h dans la cuve. Un espace de hauteur $(d - h)$ est donc disponible pour que le plongeur vienne y respirer. On considère que la température de l'air emprisonné ne varie pas.



4.1. Exprimer H en fonction de h , P_0 , ρ , g et d .

* Continuité de la pression à l'interface air/eau et loi de l'hydrostatique dans l'eau à la profondeur $H - h$:

$$P = P_0 + \rho g (H - h)$$

* Equation d'état des gaz parfaits dans l'état initial (cloche pleine d'air) : $P_0 S d = n R T$

* Equation d'état des gaz parfaits dans l'état final (hauteur $d - h$ d'air) : $P S (d - h) = n R T$

=> on en déduit $P = P_0 d / (d - h)$.

En combinant les deux résultats, on obtient : $P = P_0 + \rho g (H - h) = P_0 d / (d - h)$.

$$\Leftrightarrow P_0 + \rho g (H - h) = P_0 d / (d - h). \Leftrightarrow \rho g (H - h) = P_0 h / (d - h) \Rightarrow H = h + P_0 h / \rho g (d - h).$$

4.2. A quelle profondeur limite H peut-on placer la cuve si $d = 1 \text{ m}$ et si l'on veut disposer d'un espace de 50 cm pour respirer ? Même question si un espace de 40 cm suffit pour respirer.

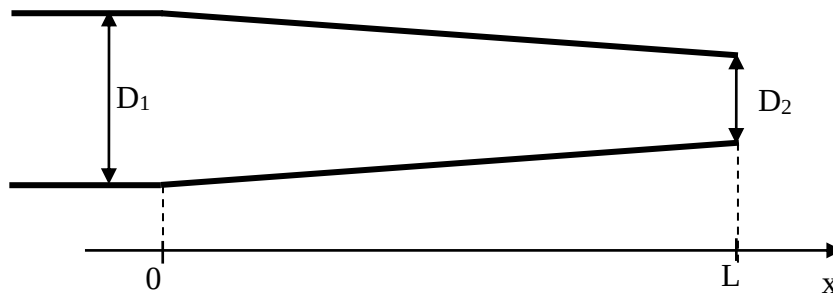
* $d = 1 \text{ m}$, on veut un minimum de hauteur d'air tel que $d - h = 0,5 \text{ m} \Rightarrow h = 0,5 \text{ m}$.

A.N. : $H = 10,8 \text{ m}$.

* Si l'on souhaite avoir $d - h = 0,4 \text{ m} \Rightarrow h = 0,6 \text{ m} \Rightarrow H = 16,1 \text{ m}$.

Exercice 2

- Une lance d'incendie est assimilée à un embout conique convergent de base circulaire et de longueur L dont l'entrée est reliée à un tuyau de diamètre D_1 . Elle permet d'obtenir à la sortie un jet d'eau de diamètre D_2 tel que $D_2 = D_1 / 4$. L'eau, assimilée à un fluide parfait incompressible de masse volumique ρ , est éjectée dans l'air à la pression atmosphérique P_0 avec un débit volumique J_v . Le régime d'écoulement est considéré permanent et horizontal.



- Etablir l'expression de la surpression ΔP (par rapport à P_0) dans l'eau à l'entrée de la lance en fonction de J_v , ρ et D_1 .

L'écoulement est permanent, l'eau est assimilée à un fluide parfait et incompressible. On peut appliquer le théorème de Bernoulli sur la ligne de courant centrale, horizontale ($z = \text{cste}$), entre le point central de la section de diamètre D_1 et celui de la section de diamètre D_2 :

$$P_1 + \rho g z_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \rho g z_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2,$$

soit, avec $P_1 = P_0 + \Delta P$, $P_2 = P_0$, $z_1 = z_2$, $v_1 = \frac{4J_v}{\rho D_1^2}$, $v_2 = \frac{4J_v}{\rho D_2^2}$:

$$\cancel{P_0} + \Delta P + \cancel{\rho g z_1} + \frac{1}{2} \rho \left(\frac{4J_v}{\rho D_1^2} \right)^2 = \cancel{P_0} + \cancel{\rho g z_2} + \frac{1}{2} \rho \left(\frac{4J_v}{\rho D_2^2} \right)^2 \Leftrightarrow \Delta P = \frac{1}{2} \rho \left(\frac{4J_v}{\rho D_2^2} \right)^2 - \frac{1}{2} \rho \left(\frac{4J_v}{\rho D_1^2} \right)^2$$

$$\Leftrightarrow \Delta P = \frac{8\rho J_v^2}{\rho^2} \left(\frac{1}{D_2^4} - \frac{1}{D_1^4} \right) = \frac{8\rho J_v^2}{\rho^2 D_1^4} \left(\frac{D_1^4}{D_2^4} - 1 \right) = \frac{8\rho J_v^2}{\rho^2 D_1^4} \left(\left(\frac{D_1}{D_2} \right)^4 - 1 \right) = \frac{2040\rho J_v^2}{\rho^2 D_1^4}.$$

- Calculer la valeur de ΔP pour obtenir un débit volumique $J_v = 1000 \text{ L/min}$ sachant que $D_1 = 10 \text{ cm}$ et $\rho = 1 \text{ kg.L}^{-1}$.

$$\Delta P = \frac{2040 \times 10^3 \times \left(\frac{1}{60} \right)^2}{1 \times 10^{-4}} = \underline{2,07 \cdot 10^5 \text{ Pa}}.$$

- La lance d'incendie est maintenant utilisée pour projeter de la mousse assimilée à un fluide réel incompressible de masse volumique $\rho = 1 \text{ kg.L}^{-1}$ et de coefficient de viscosité dynamique $\eta = 0,5 \text{ Pa.s}$.

On rappelle l'expression du nombre de Reynolds associé à l'écoulement d'un fluide de viscosité dynamique η , de masse volumique ρ et de vitesse caractéristique V dans une conduite de

dimension caractéristique ℓ : $R_e = \frac{V \ell \rho}{\eta}$.

En assimilant la lance à un cylindre de base de diamètre D constant et de longueur L, déterminer la condition que doit vérifier D pour que l'hypothèse d'un écoulement laminaire soit valable avec un débit volumique de mousse $J_v = 1000 \text{ L/min}$.

$$R_e = \frac{V \ell r}{h} = \frac{\frac{4J_v}{pD^2} D r}{h} = \frac{\frac{4J_v}{pD} r}{h} = \frac{4J_v r}{hpD} < 2000 \Leftrightarrow \frac{4J_v r}{2000hp} < D.$$

$$\Leftrightarrow D > \frac{4 \frac{1}{60} 1000}{2000 \cdot 0,5p} = \frac{1}{2 \cdot 0,5p} = \frac{1}{15p} = \underline{0,021 \text{ m}} \Rightarrow \underline{D > 2,1 \text{ cm}}.$$

Exercice 3

Une alvéole pulmonaire peut être assimilée à une goutte sphérique. La paroi interne des alvéoles est recouverte d'un mince film aqueux en contact avec l'air alvéolaire, donnant lieu à une interface air/liquide. Ce film aqueux contient un agent tensio-actif, le surfactant pulmonaire.

On considère une alvéole de rayon r variable, tel que $r = R_i$ à l'inspiration et $r = R_e$ à l'expiration. Durant le cycle respiratoire, on considérera que la différence de pression à l'interface air/liquide ΔP reste constante. On note g_i et g_e les tensions superficielles des interfaces air/liquide dans l'alvéole respectivement à l'inspiration et à l'expiration.

1. A l'aide de la loi de Laplace donnant la surpression ΔP en fonction du rayon r de l'alvéole et de la tension superficielle γ , comparer les tensions superficielles g_i et g_e . Comment évolue la densité surfacique de molécules de surfactants à l'interface air/liquide durant le cycle respiratoire ?

* D'après la loi de Laplace : $\Delta P = \frac{2g_i}{R_i} = \frac{2g_e}{R_e} \Rightarrow \frac{g_i}{g_e} = \frac{R_i}{R_e}$. Or $R_i > R_e$, donc $\boxed{g_i > g_e}$.

* Les molécules tensioactives sont composées d'une partie polaire et d'une partie apolaire. Adsorbées à l'interface air/liquide, elles abaissent d'autant plus la tension superficielle de cette interface que leur densité surfacique (nombre de molécules par unité de surface) est grande.

La tension superficielle dans l'alvéole à l'inspiration étant plus élevée que celle dans la petite alvéole à l'expiration, la densité surfacique de surfactants est plus faible à l'inspiration qu'à l'expiration.

2. La surpression dans l'alvéole à l'inspiration est $\Delta P = 4 \text{ mm Hg}$. Son rayon est $R_i = 0,1 \text{ mm}$.
 - a) Calculer la valeur de la tension superficielle g_i à l'inspiration.

$$\Delta P = \frac{2g_i}{R_i} = 4 \text{ mmHg}, \text{ donc : } g_i = \Delta P \times \frac{R_i}{2} = \frac{4 \cdot 10^5}{760} \times \frac{10^{-4}}{2} = \underline{26,3 \text{ mN.m}^{-1}}.$$

- b) A l'expiration, $R_e = 0,05 \text{ mm}$. Que vaut la tension superficielle g_e à l'expiration ?

$$\Delta P = \frac{2g_e}{R_e} = 4 \text{ mmHg}, \text{ donc : } g_e = \Delta P \times \frac{R_e}{2} = \frac{4 \cdot 10^5}{760} \times \frac{5 \cdot 10^{-5}}{2} = \underline{13,2 \text{ mN.m}^{-1}}.$$

- c) Calculer numériquement les énergies de surface E_{S_i} et E_{S_e} dans l'alvéole respectivement à l'inspiration et à l'expiration. Comparer ces deux énergies.

- Dans l'alvéole à l'inspiration : $E_{S_i} = g_i \cdot 4pR_i^2 = 3,32 \cdot 10^{-9} \text{ J}$.
- Dans l'alvéole à l'expiration : $E_{S_e} = g_e \cdot 4pR_e^2 = 4,15 \cdot 10^{-10} \text{ J}$.
- $E_{S_i} = 8E_{S_e}$ car $g_i = 2g_e$ et $R_i = 2R_e$.

Exercice 4

Un récipient est partagé en deux volumes égaux par une membrane. Dans le compartiment 1, on a une solution aqueuse de glucose de concentration $C_g = 10 \text{ mmol/L}$ et dans le compartiment 2, il y a une solution aqueuse de protéinate de sodium PNa_9 de concentration $C = [\text{PNa}_9]$.

On suppose que le protéinate de sodium PNa_9 est entièrement dissous en P^{9-} et Na^+ .

La température des solutions est $T = 27^\circ\text{C}$.

On rappelle la constante des gaz parfaits : $R = 8,3 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$.

On suppose que la membrane est semi-perméable : seul le solvant peut passer à travers la membrane.

1. Quelle est la pression osmotique dans le compartiment 1 ? Quelle serait la hauteur de la colonne d'eau qui exercerait la même pression ? On donne $\rho = 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$; $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$.

* Dans le compartiment 1, la seule espèce non perméante est le glucose de concentration $C_g = 10 \text{ mmol/L}$, donc d'après la loi de Van't Hoff :

$$p_1 = C_g RT = 10 \cdot 8,3 \cdot 300 = 2,49 \cdot 10^4 \text{ Pa}.$$

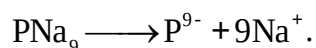
* La hauteur de la colonne d'eau qui exercerait la même pression est telle que :

$$p_1 = \rho g h_1 \Rightarrow h_1 = \frac{p_1}{\rho g} = 2,49 \text{ m}.$$

2. On suppose que la pression hydrostatique est la même dans les deux compartiments. Exprimer la densité de flux initial de solvant en fonction de la perméabilité hydraulique L_p de la membrane et de $\Delta\pi = \pi_1 - \pi_2$ la différence de pression osmotique entre les deux compartiments, puis en fonction de L_p , R , T , C_g et C . On précise que les flux seront orientés positivement du compartiment 1 vers le compartiment 2.

* On a la relation : $j_v = L_p (\Delta P - \Delta\pi) = -L_p \Delta\pi$, avec $\Delta P = 0$ et $\Delta\pi = \pi_1 - \pi_2$ et la convention que les flux sont orientés positivement du compartiment 1 vers le compartiment 2.

* Par ailleurs, dans le compartiment 2, le protéinate de sodium PNa_9 est entièrement dissous en P^{9-} et Na^+ , selon l'équation chimique :



Ainsi, 1 mole de PNa_9 dissous donne 1 mole de P^{9-} et 9 moles de Na^+ , soit 10 osmoles (moles de d'entités non perméantes). Une concentration C en PNa_9 donne donc une concentration $10C$ en entités non perméantes. Ainsi, d'après la loi de Van't Hoff :

$$p_2 = 10CRT.$$

* En reportant dans l'expression de la densité de flux volumique de solvant, on obtient :

$$j_v = -L_p Dp = -L_p (C_g RT - 10CRT) = -L_p (C_g - 10C)RT = L_p (10C - C_g)RT.$$

3. Pour quelle valeur de C est-on à l'équilibre ?

On est à l'équilibre lorsqu'il n'y a pas de flux de solvant, donc pour $j_v = 0$, soit :

$$j_v = 0 = L_p (10C - C_g)RT \Leftrightarrow 10C - C_g = 0 \text{ d'où pour } C = C_g/10 = 1 \text{ mmol/L} = 1 \text{ mol/m}^3.$$

4. En réalité, $C = 0,5 C_g$. Donner, à l'instant initial, l'expression de la densité de flux volumique d'eau en fonction de L_p , R , T , C_g . En déduire le sens du flux d'eau initial.

Si $C = 0,5 C_g$, alors $j_v = L_p (10C - C_g)RT = L_p (5C_g - C_g)RT = 4L_p C_g RT > 0 \Rightarrow$ le flux volumique initial se fait du compartiment 1 vers le compartiment 2.