

UE9 – Mathématiques - Biostatistiques

Annales classées corrigées

Principe des tests statistiques

CORRIGE

TABLEAU DE REPONSES

2022	2021	2019	2018	2017	2016	2015	2014	2012	2011
Q15 : BCE	Q11 : C	Q8 : D	Q13 : CD	Q3 : ACD	Q4 : ACD	Q7 : AD	Q1 : E	Q11 : D	Q8 : C
	Q12 : AC								

2009	2007	2006
Q10 : C	Q13 : D	Q7 : B
		Q8 : BE

ANNALES CLASSEES CORRIGÉES SUPPLEMENTAIRES

2022	2021
Session 2	Session 2
Q13 : DE	Q11 : ADE

Question n°15

Sous H_0 , X suit une loi uniforme entre 5 et 15 mm

Sous H_1 , X suit une loi uniforme entre 10 et 20 mm

On rejette H_0 si $X \geq 12$.

A FAUX

$$\alpha = P(RH_0|H_0)$$

Il s'agit de la probabilité de rejeter H_0 alors qu'elle est vraie.

B VRAI

D'après le formulaire on a :

$$\alpha = P(RH_0|H_0) = P(X \geq 12|X \sim U(5,15)) = 1 - \frac{s-a}{b-a} = 1 - \frac{12-5}{15-5} = 0,30$$

C VRAI

$$\beta = P(NRH_0|H_1)$$

Il s'agit de la probabilité de ne pas rejeter H_0 alors qu'elle est fautive donc à tort.

D FAUX

$$\beta = P(NRH_0|H_1) = P(X < 12|X \sim U(10,20)) = \frac{s-a}{b-a} = \frac{12-10}{20-10} = 0,20$$

E VRAI

$$P = 1 - \beta = 0,80$$

Question n°11

Sous l'hypothèse nulle, le traitement n'est pas efficace : $\pi_0 = 0,10$.

On considère un échantillon avec $n = 400$.

On rejette l'hypothèse nulle si X : le nombre de résidents contaminés est inférieur à 40. X suit une loi binomiale avec $n = 400$.

A. Faux B Faux

$$\alpha = P(RH_0|H_0) = P(X < 40|X \sim \text{Bin}(n = 400; \pi_0 = 0,10))$$

On applique le théorème central limite :

$$n\pi_0 = 400 \times 0,10 = 40 > 5$$

$$\rightarrow X \sim N(\mu = n\pi_0 = 40; \sigma^2 = n\pi_0(1 - \pi_0) = 36)$$

La loi normale est une loi symétrique :

$$P(X < 40) = 0,5$$

C. Vrai

$$P(X > 40|X \sim \text{Bin}(n = 400; \pi = 0,05))$$

A l'aide du théorème central limite :

$$n\pi = 400 \times 0,05 = 20 > 5$$

$$P(X > 40|X \sim N(\mu = n\pi = 20; \sigma^2 = n\pi(1 - \pi) = 19))$$

On centre et on réduit la loi :

$$P\left(Z > \frac{40 - \mu}{\sigma} = \frac{20}{\sqrt{19}} = 4,59 = x_\beta\right) = \beta$$

On lit dans la table 2b, pour $x_\beta = 4,59$, on a $\beta \approx 3.10^{-7}$.

D Faux

$$P(X < 40|X \sim \text{Bin}(n = 400; \pi = 0,05)) = 1 - P(X > 40|X \sim \text{Bin}(n = 400; \pi = 0,05)) \approx 1$$

E. Faux

La puissance du test est la probabilité de rejeter l'hypothèse nulle à raison.

Question n°12

A. Vrai

L'intervalle de pari se construit autour du pourcentage théorique soit ici 10%.

B Faux

Les conditions de validité sont vérifiées :

$$n\pi_0 = 400 \times 0,10 = 40 > 5$$

$$n(1 - \pi_0) = 400 \times (1 - 0,10) = 360 > 5$$

C. Vrai

A l'aide du formulaire, on a :

$$IP_{1-\alpha} = \left[\pi \pm \varepsilon_\alpha \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}} \right]$$

$$IP_{0,95} = \left[0,10 \pm 1,96 \sqrt{\frac{0,1(1-0,1)}{400}} \right] = [0,07; 0,13]$$

Soit en effectif : [28 ; 52]

Si le nombre de résidents est inférieur à 28, il sera possible de dire que le traitement est efficace.

D Faux

Le nombre de patients observés est égal à 30, cette valeur appartient à l'intervalle de pari, il n'est pas possible de rejeter l'hypothèse nulle.

E. Faux

Le non rejet de l'hypothèse nulle ne permet pas d'accepter l'hypothèse nulle.

ANNALES CLASSEES CORRIGÉES SUPPLEMENTAIRES

2022 Session 2

Question n°13

A. Faux B Faux

Le degré de signification est la probabilité conditionnelle que l'hypothèse nulle soit rejetée sachant qu'elle est vraie.

C. Faux D. Vrai

E. Vrai

Plus $|z|$ est grand, plus le degré de signification sera faible.

2021 Session 2

Question n°11

A Vrai

B Faux

D'après l'énoncé, la zone de rejet du test correspond à l'ensemble des valeurs strictement supérieures à 105.

C Faux

Il est possible d'appliquer le théorème central limite car $n > 30$.

Sous H_0 :

$$W \sim N\left(\mu = 100; \sigma^2 = \frac{100}{36} \rightarrow \sigma = 1,67\right)$$

On centre et on réduit la loi :

$$\alpha = P(W > 105) = P\left(Z > \frac{105 - \mu}{\sigma} = \frac{105 - 100}{1,67} = 3\right)$$

On lit dans la table 2b, pour $x_\beta = 3$, on a $\beta \approx 0,001$

$$\alpha = P(W > 105) = 0,001$$

D Vrai

Il est possible d'appliquer le théorème central limite car $n > 30$.

Sous H_1 :

$$W \sim N(105; ?)$$

La loi est centrée et symétrique en 105 :

$$\beta = P(W > 105) = 0,5$$

E Vrai

$$P = 1 - \beta = 0,5$$